

Didaktik der Mathematik in der Primarstufe III

Didaktik der Geometrie

05 - Ebene Figuren II & Räumliche Objekte

Sommersemester 2023

Prof. Dr. Melanie Platz

Themenübersicht

Datum	Nr.	Thema	Grundidee
11.04.23	01	Organisatorisches & Einführung	
18.04.23	02	Entwicklung räumlicher Fähigkeiten	
25.04.23	03	Geometrische Begriffe und Wissenserwerb	
02.05.23	04	Zeichnen und Konstruieren	Formen und ihre Konstruktion
09.05.23	05	Ebene Figuren I	
16.05.23	06	Ebene Figuren II & Räumliche Objekte	
23.05.23	07	Symmetrie I (Kongruenzabbildungen)	Operieren mit Formen
30.05.23	08 (entfällt)	--	
06.06.23	09	Symmetrie II (Muster, Bandornamente, Parkette)	
13.06.23	10	Falten	Maße und Formeln
20.06.23	11	Längen, Flächen und Volumina I	
27.06.23	12	Längen, Flächen und Volumina II	Geom. Gesetzm. & Muster
04.07.23	13	Pläne & Maßstäbe, Wiederholung & Fragen I	Koordinaten
11.07.23	14 (online)	Wiederholung & Fragen II	
18.07.23	15	Klausur	

Einstimmung

Dreiecke und Vierecke

69

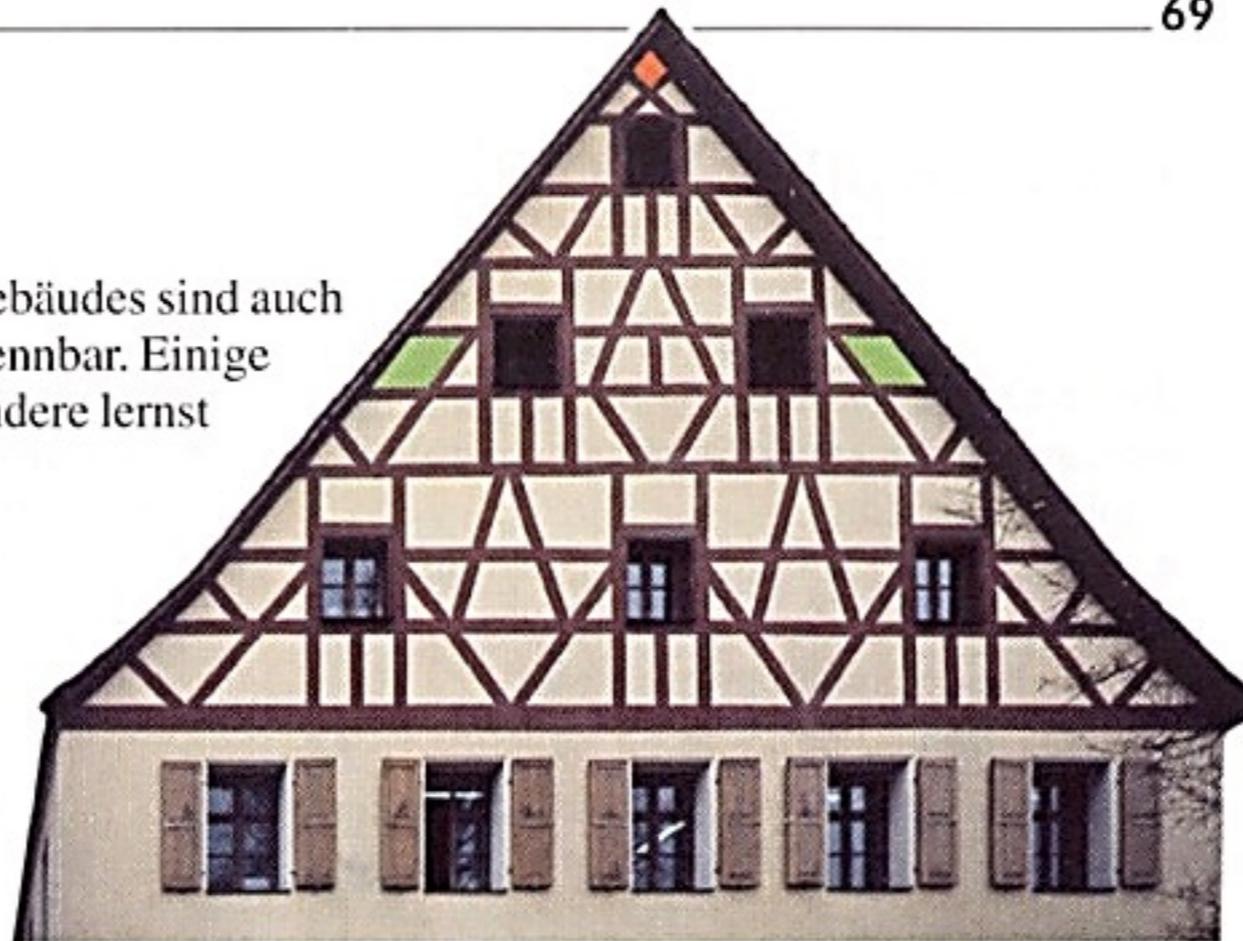
Vierecke

In dem Fachwerkgiebel dieses Gebäudes sind auch verschiedene Viereckformen erkennbar. Einige davon sind dir bereits bekannt, andere lernst du noch kennen.

Man erkennt z. B. **Rechtecke**.

Die grün gefärbten Vierecke sind **Parallelogramme**. Das rot gefärbte Viereck im Dachgiebel ist eine **Raute**.

Eine oft zu erkennende Viereckform ist das **Trapez**.



Bei Vierecken sind die Seiten und ihre Lage zueinander von Bedeutung. Wichtige Eigenschaften von Seiten und Winkeln bestimmen den Namen des Vierecks.

Dabei müssen Fragen geklärt werden, wie:

Sind *gegenüberliegende Seiten* zueinander parallel?

Gibt es ein Paar paralleler Seiten? Gibt es zwei Paare paralleler Seiten?

Sind *benachbarte Seiten* gleich lang? Sind alle Seiten gleich lang?

Hat das Viereck rechte Winkel?

Sind in dem Viereck *gegenüberliegende Winkel* gleich groß?

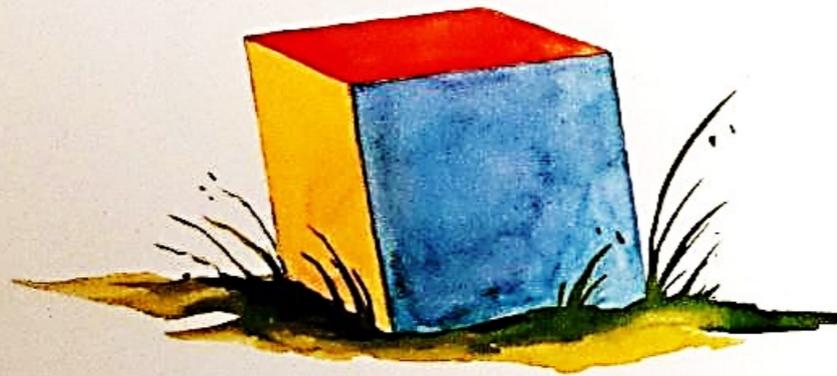
Lernstufen 7, S. 69

Einstimmung

Dann stand sie auf. Vor ihnen lag ein viereckiges Hühnerei, von dem man in hundert Jahren noch erzählen wird.

Die Kanten waren wie mit dem Lineal gezogen, jede Fläche leuchtete in einer anderen Farbe.

»Phantastischer geht es nicht!«, rief der König – und alle, alle nickten.



Heine, H. (2009). Das schönste Ei der Welt. Weinheim: Beltz.

- Eindruck unserer Umwelt ist immer dreidimensional
- Erfassung der realen Gegenstände als Körper

- Ein kurzer Blick in die Bildungsstandards...

Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

Die Schülerinnen und Schüler

- klassifizieren Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften, ordnen Fachbegriffe zu und beschreiben Beziehungen zwischen geometrischen Figuren (z. B. Quadrat und Rechteck),
- erkennen Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder,
- stellen Modelle von Körpern (Vollmodelle, Flächenmodelle, Kantenmodelle) und ebenen Figuren her und untersuchen (z. B. bauen, legen, zerlegen, zusammenfügen, ausschneiden, falten) diese, auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge,
- untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts),
- fertigen Zeichnungen geometrischer Figuren mit und ohne Hilfsmittel an, auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge.

KMK (2022), S.17

Ich kann...

- Das Haus der Vierecke zeichnen, die Vierecksarten definieren und die Beziehungen zueinander beschreiben.
- Lernsituationen mit Quadratmehrungen beschreiben, die das Erzeugen von Vierecken, das Entdecken charakteristischer Eigenschaften und das vertiefende Erkunden ermöglichen.
- entscheiden, welche Vierecke einen Umkreis oder Inkreis haben.
- Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Bauen mit heterogenem Material und das freie Bauen mit homogenem Material sowie das Bauen mit homogenem Material nach Vorgabe ermöglichen.
- Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Ordnen und Sortieren sowie das Erkennen und Unterscheiden von Körpern ermöglichen.
- Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel definieren.
- Eigenschaften von Körpern (Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen) benennen und die Arbeit mit Steckbriefen sowie mit realen Gegenständen beschreiben.
- Verschiedene Arten von Körpermodellen beschreiben und unterscheiden.
- Eigenschaften von Körpernetzen nennen und alle Netze zu einem Körper finden.
- Lernsituationen zu Körpermodellen und Körpernetzen beschreiben und didaktisch einordnen.

Ebene Figuren II & Räumliche Objekte

- Identifizieren und sortieren von Vierecken (Haus der Vierecke)
- Quadratmehrlinge
- Inkreis & Umkreis
- Bauen und Bauwerke
- Körper erkennen und unterscheiden
- Eigenschaften von Körpern
- Körpermodelle und Körpernetze

Mit Inhalten von Dr. Anna-Marietha Vogler, Dr. Eva Hoffart, Prof. Dr. Andreas Obersteiner u.a.

Identifizieren und Sortieren von Vierecken

Identifizieren und Sortieren von Vierecken

Die Kinder sollten am Ende des 4. Schuljahres wissen:

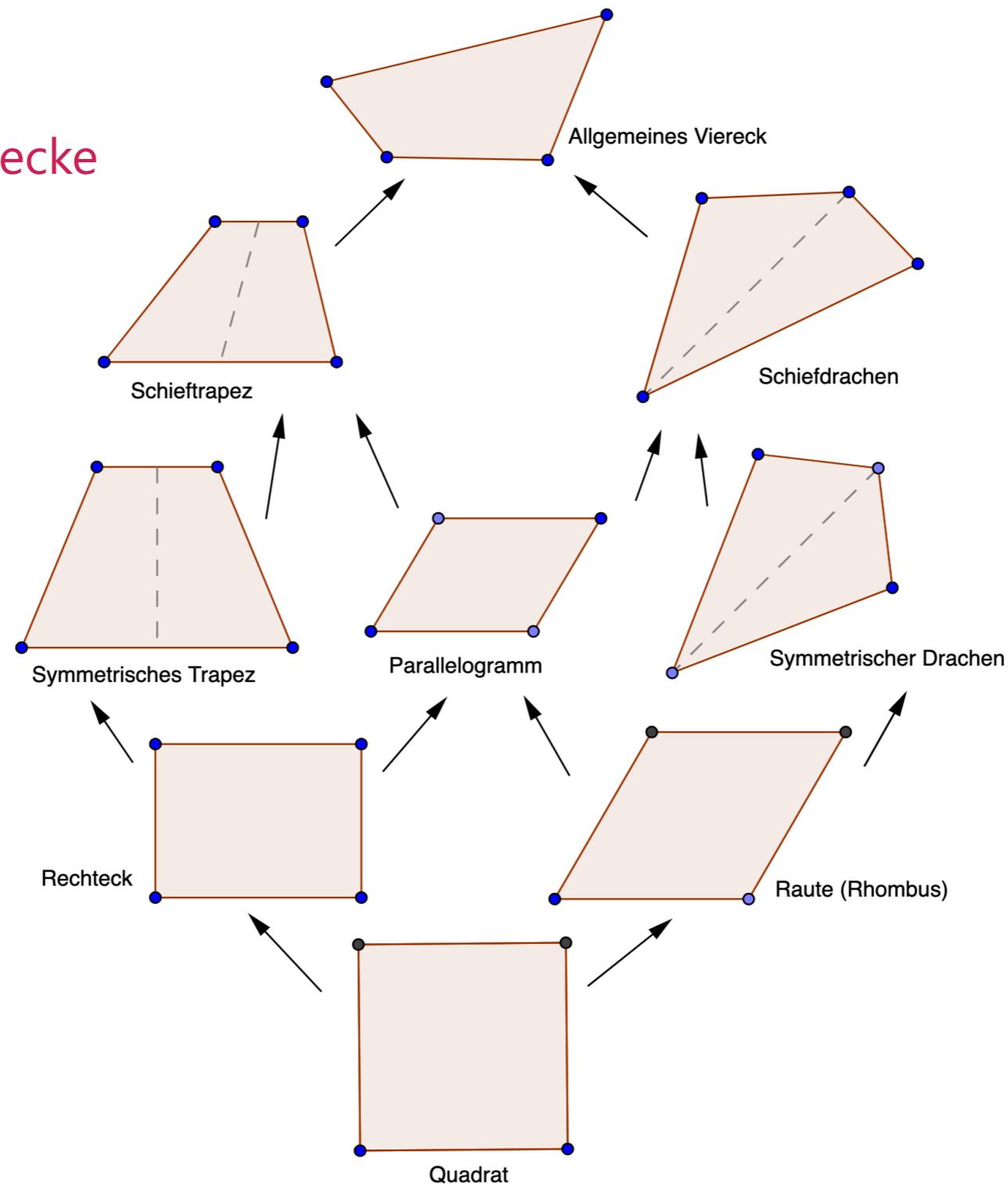
- **Das Rechteck ist ein Viereck mit vier Seiten. Die gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang und parallel zueinander. Die benachbarten Seiten liegen senkrecht zueinander.**
- **Das Quadrat ist ein Viereck mit vier Seiten. Alle Seiten sind gleich lang. Die gegenüberliegenden Seiten sind parallel zueinander. Die benachbarten Seiten liegen senkrecht zueinander. Damit ist das Quadrat ein besonderes Rechteck.**

Haus der Vierecke

- Vierecke können nach ihren Eigenschaften geordnet und klassifiziert werden.
- Dabei werden Ober- und Unterbegriffe gebildet.
- Je mehr Merkmale ein Viereck besitzt, desto niedriger ist es im Diagramm angeordnet, je weniger Merkmale es besitzt, desto höher liegt es im nachfolgenden Diagramm.

Identifizieren und Sortieren von Vierecken

Haus der Vierecke



vgl. Helmerich & Lengnink (2016), S. 42

Quadrat

Für ein Quadrat gilt:

1. Es ist ein Viereck.
2. Alle Seiten sind gleich lang.
3. Alle Winkel sind gleich groß.
4. Gegenüberliegende Seiten sind zueinander parallel.
5. Es hat einen rechten Winkel.
6. Die Diagonalen sind gleich lang. 



Um den Begriff eines Quadrates eindeutig zu definieren, muss man mindestens so viele Eigenschaften in der Definition fordern, dass die anderen Eigenschaften eines Quadrates daraus folgen.

Definition: Quadrat

Ein Quadrat ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten und zwei gleich langen Diagonalen.

Helmerich & Lengnink (2016), S. 42

Identifizieren und Sortieren von Vierecken

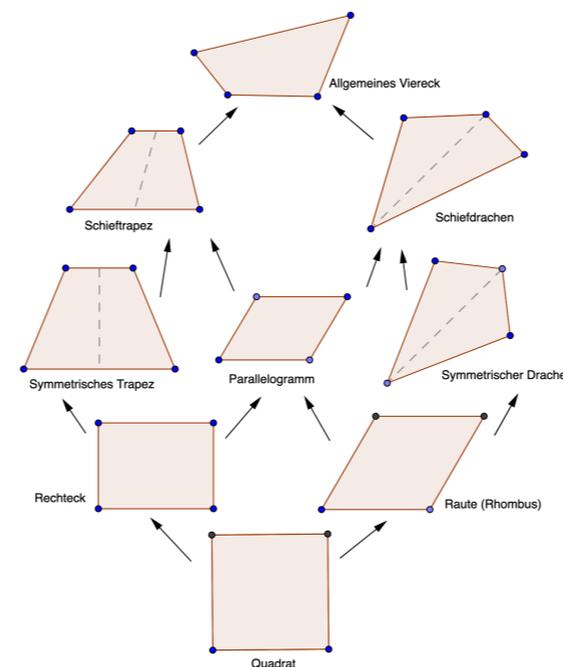
Definition: Quadrat

Ein Quadrat ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten und zwei gleich langen Diagonalen.

Definition: Raute

Eine Raute ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten

Satz: Jedes Quadrat ist eine Raute.



vgl. Helmerich & Lengnink (2016), S. 42

9. Wenn ein Viereck ein Rechteck ist, dann sind die gegenüberliegenden Seiten parallel. Also gilt auch: Wenn in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten parallel sind, dann handelt es sich um ein Rechteck.

Ist das richtig? Begründe Deine Antwort kurz.

Nicht unbedingt. In einem Quadrat sind auch die gegenüberliegenden Seiten parallel und es ist trotzdem kein Rechteck.

Wie würden Sie die Frage beantworten?
Was sagen Sie zur Schülerlösung?

Quadratmehrlinge

Definition: Mehrling

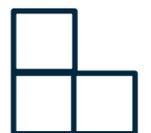
Der Begriff „Mehrling“ beschreibt eine ebene oder räumliche Figur, die aus einer festgelegten Zahl von kongruenten ebenen Figuren oder räumlichen Objekten besteht. In ebenen Mehrlingen besitzt jede Teilfigur mindestens einen kongruenten Nachbarn, den es voll entlang einer Seite berührt.

Beispiel:

Quadratzwilling:



Quadratdrilling:



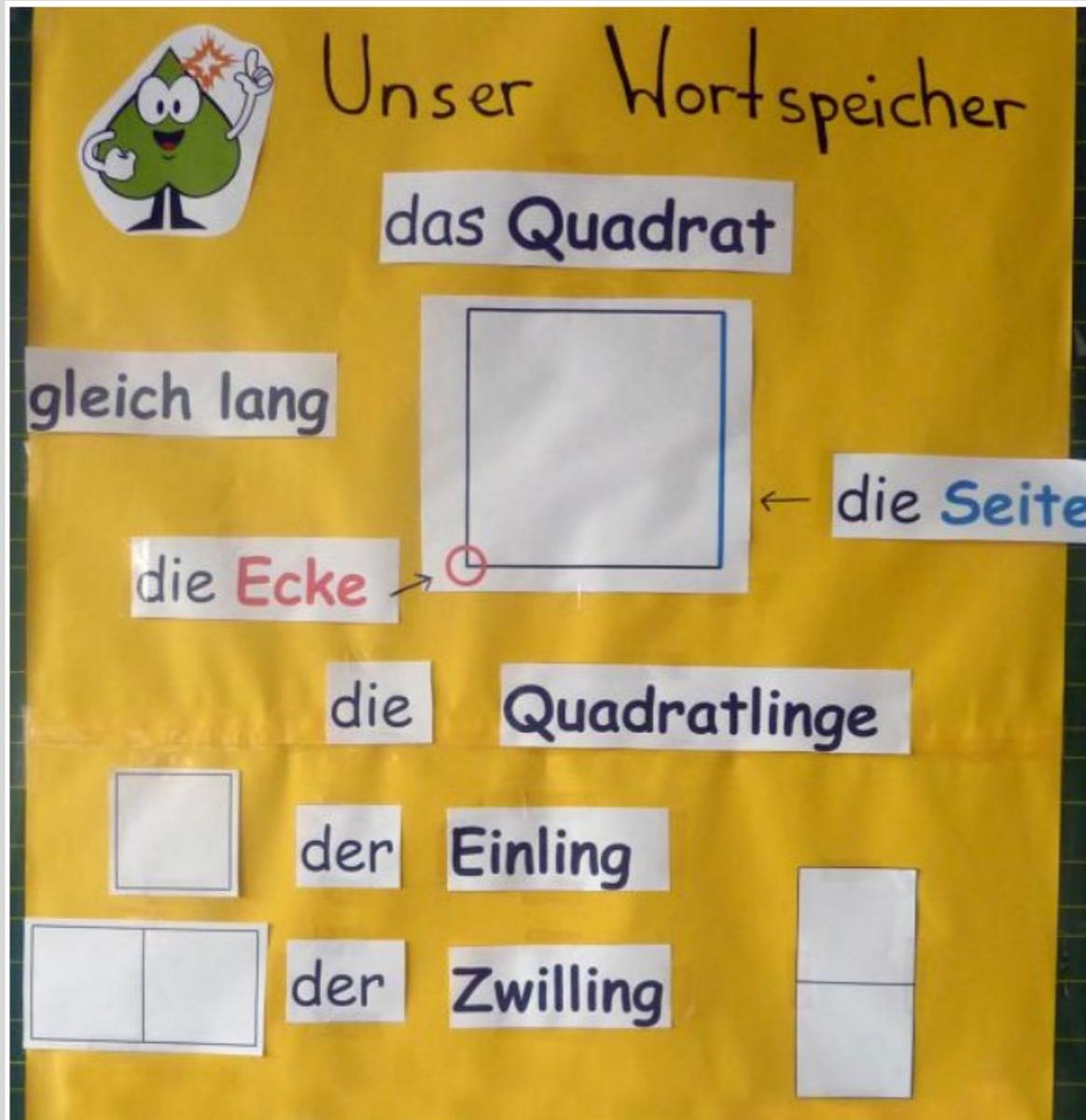
Finden Sie alle Quadratdrillinge und Quadratvierlinge.

(Quadratmehrlinge gelten als gleich, wenn man sie durch Drehen/ Spiegeln ineinander überführen kann.)

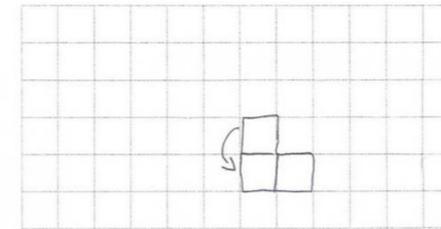
Begründen Sie, dass Sie alle gefunden haben!

Quadratmehrlinge (Polyominos)

Finde möglichst schlaue verschiedene Drillinge.
Zeichne/Beschreibe deinen Trick.



<https://pikas-mi.dzlm.de/node/127>



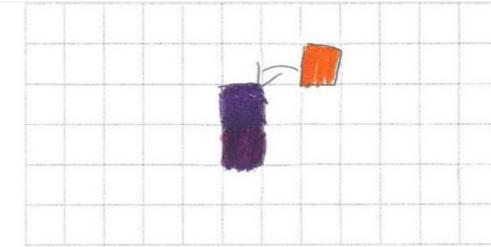
Ich habe ein Drilling
und dann schiebe ich
ein wieder nach unten

Der Trick heißt:

Der Fall triq

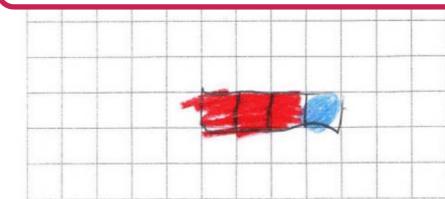
Kreislaufmethode

Konstruktionsmethode



Ich hab erst mal ein
zweiling genommen und
dann ein einling
genommen dann ist es
ein Drilling geworden

Konstruktionsmethode

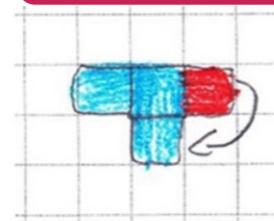


zu erst habe ich
ein Dling benutzt
und dan habe ich noch
1 dazu gemacht

Der Trick heißt:

Noch ein dazu tik

Kreislaufmethode



und ich habe den
einling habe ich um den
Zwillinge Dreht

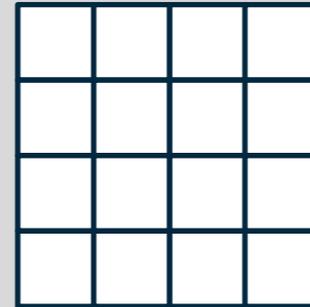
Der Trick heißt:

fa Schibetrk

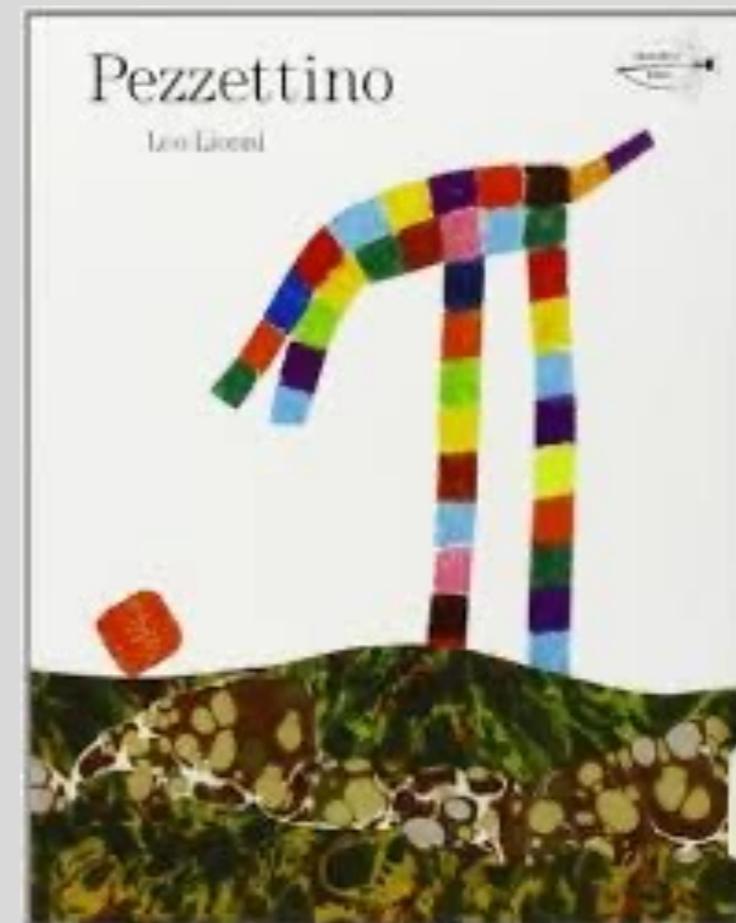
Weiterarbeit mit Quadratvierlingen (Tetrominos)

Spiele: Tetris, Ubongo

- Auslegen vorgegebener Umriss im Sinne eines Puzzles
- Bezug zum Kinderbuch „Pezzettino“ (Lionni, 1977)



Mit welchen Quadratvierlingen gleicher Form kannst du dieses Quadrat vollständig auslegen?



Franke & Reinhold (2016), S. 227

Inkreis & Umkreis

- Sehnen- & Tangentenviereck

- Wir haben gesehen, dass jedes Dreieck einen Umkreis und einen Inkreis besitzt.
 - Auch einige Vierecke besitzen einen Umkreis oder Inkreis
- **Alle Mittelsenkrechten bzw. Winkelhalbierenden müssen sich dabei im Umkreis- bzw. Inkreis-Mittelpunkt schneiden!**

Definition: Sehnenviereck

Ein Viereck, das einen Umkreis besitzt, heißt Sehnenviereck.

Definition: Tangentenviereck

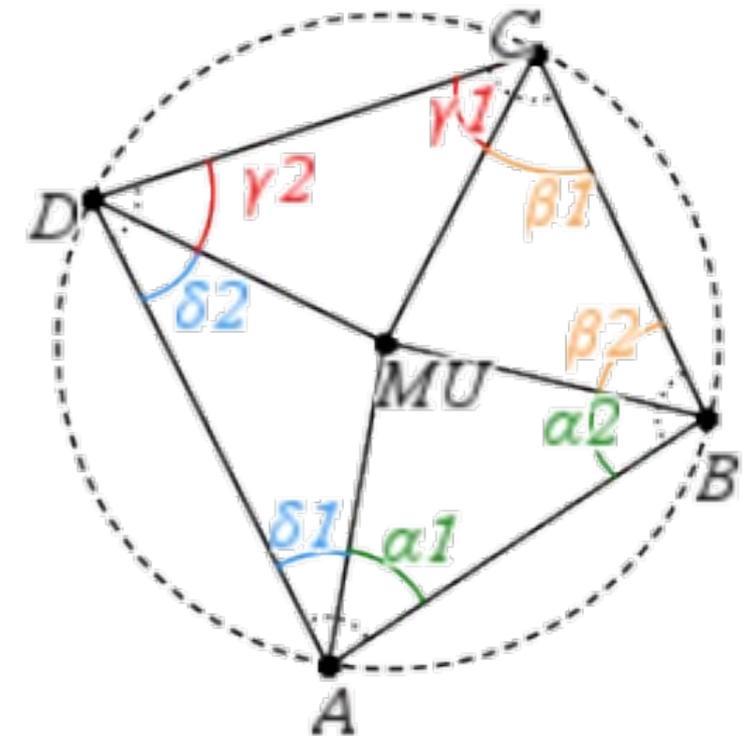
Ein Viereck, das einen Inkreis besitzt, heißt Tangentenviereck.

8
An welchen Eigenschaften lässt sich feststellen, ob ein Viereck einen Umkreis oder einen Inkreis besitzt, also ein Sehnen- bzw. Tangentenviereck ist?

Sehnen- und Tangentenviereck

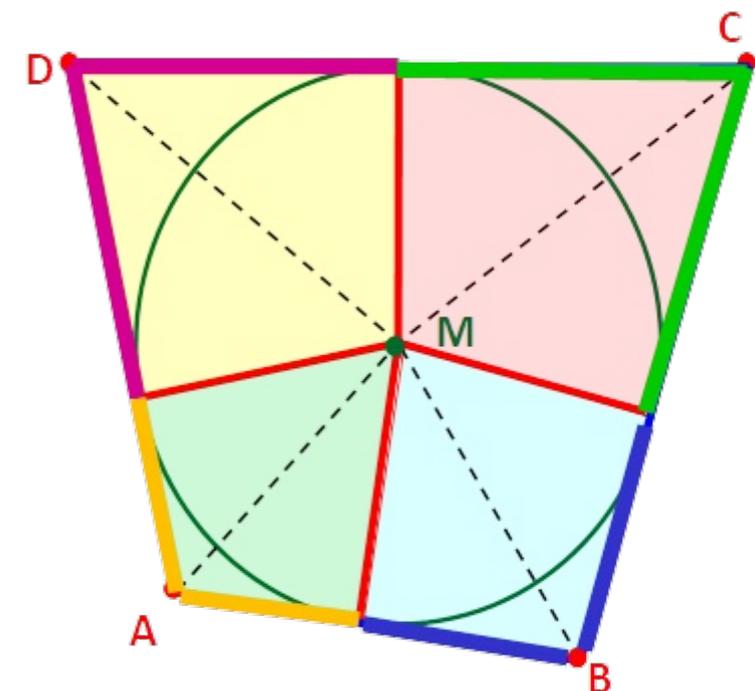
Satz vom Sehnenviereck

Ein Viereck besitzt genau dann einen Umkreis, wenn sich die gegenüberliegenden Winkel zu 180° ergänzen.



Satz vom Tangentenviereck

Ein Viereck besitzt genau dann einen Inkreis, wenn die Summe der Längen gegenüberliegender Seiten jeweils gleich sind.



Bauen und Bauwerke

- Bauen mit heterogenem Material
- Bauen mit homogenem Material – frei
- Bauen mit homogenem Material – nach Vorgabe

Eine zentrale geometrische Tätigkeit

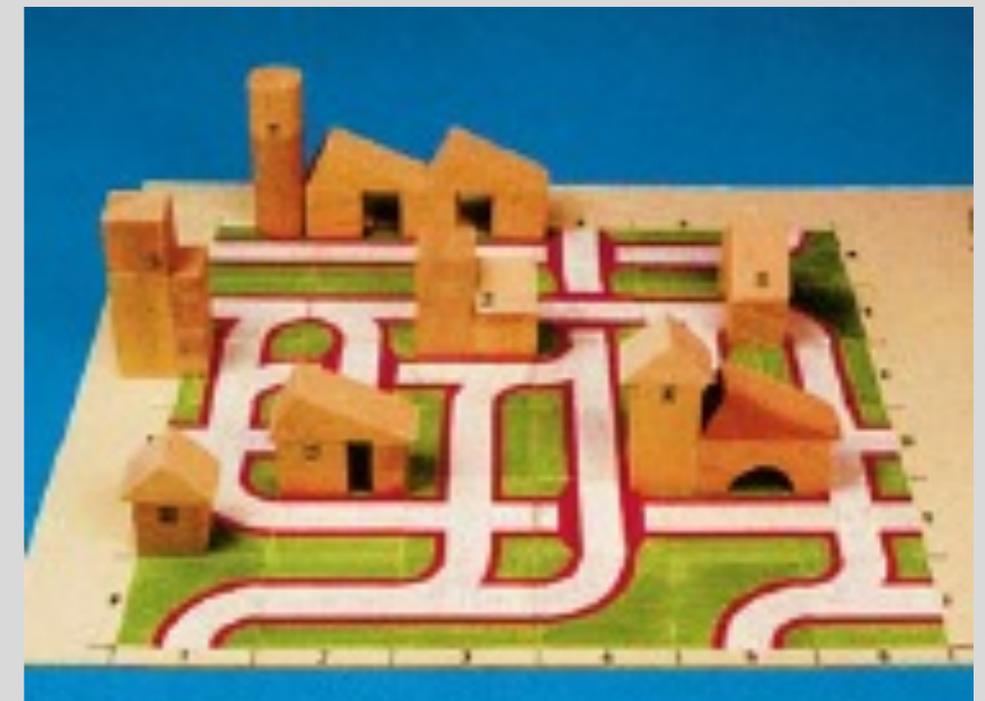
- elementare Tätigkeit für den Gewinn geometrischer Kenntnisse
- Ein Beispiel: freies Bauen und Bauen nach Vorgabe
- Einbindung der drei Repräsentationsmodi nach Bruner, enaktiv - ikonisch - symbolisch
- wesentlicher Beitrag zur Raumvorstellung  Vorlesung 2
- sprechen, vergleichen, beschreiben, benennen, begründen, protokollieren  Vorlesung 4

Franke & Reinhold (2016), S. 167f

Bauen mit heterogenem Material

- Beispiel: Baukasten Geostadt (Mildenberger Verlag)
- Holzbausteine in unterschiedlichen Formen
- Freies Bauen
 - Welche Bausteine gibt es?
 - Wie und in welcher Lage passen die Bausteine aufeinander bzw. zueinander?
 - beschreiben und vergleichen der Anordnungen
- Vorgabe und Impuls durch die Schülerhefte
 - Anleitungen zum Bauen
 - Straßenpläne und Grundrisse

Niveaustufe 1
des Van-Hiele-
Modells



Beide Abbildungen wurden dem Flyer zur Geostadt des Mildenbergerverlags entnommen, download unter http://www.mildenberger-verlag.de/page.php?modul=GoShopping&op=show_article&aid=691&cid=62

Bauen mit homogenem Material - frei

- freies Bauen mit Würfeln
- Würfel passen genau aufeinander, haben also gleiche Flächen
- Verwendung von Orientierungsbegriffen
- Wiedererkennen bekannter Objekte in den eigenen Bauwerken

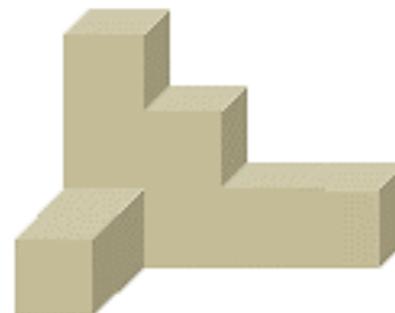
Bauen mit homogenem Material – nach Vorgabe

Bauen nach Vorgabe

Übung 4

- Nachbauen von vorhandenen Bauwerken

- Bauen nach Bauplan
- Zuordnung zweidimensionaler Darstellungen zu dreidimensionalen Objekten
- Darstellungsform 1:



- Darstellungsform 2:

3	2	1	1
1			
1			

Vorlesung 2

Franke & Reinhold (2016), S. 192

Bauen mit homogenem Material – nach Vorgabe

Würfelmehrlinge - ein Beispiel

Finden Sie die Antwort?

- Arbeitsauftrag: Wie viele Würfelzwillinge, Würfeldrillinge, Würfelvierlinge gibt es? Baut und zeichnet!
- Voraussetzung: Fläche wird immer an Fläche gesetzt

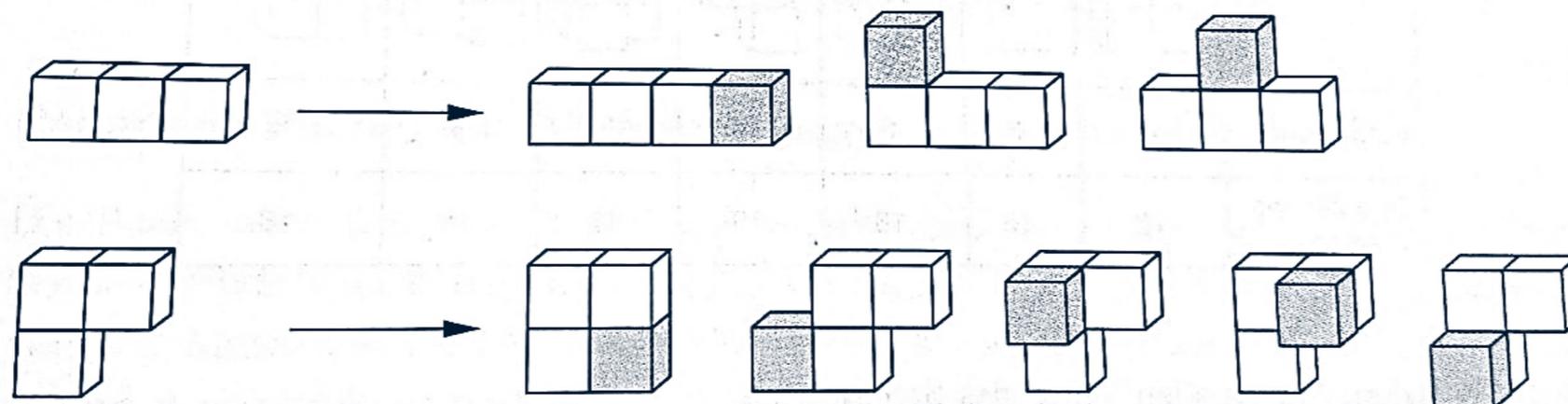
Franke & Reinhold (2016), S. 178f

Bauen mit homogenem Material – nach Vorgabe

Würfelmehrlinge - ein Beispiel

Finden Sie die Antwort?

- Arbeitsauftrag: Wie viele Würfelzwillinge, Würfeldrillinge, Würfelvierlinge gibt es? Baut und zeichnet!
- Voraussetzung: Fläche wird immer an Fläche gesetzt
- Es gibt: einen Zwilling, zwei Drillinge und acht Vierlinge

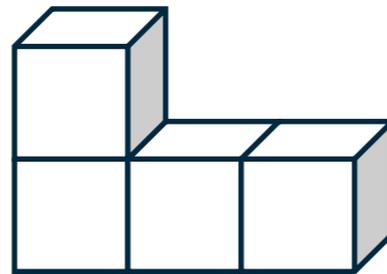
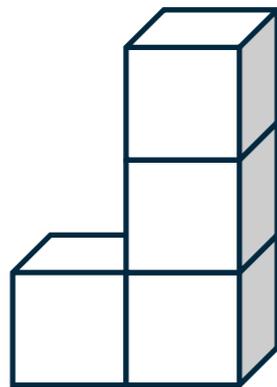


Franke & Reinhold (2016), S. 178f

Bauen mit homogenem Material – nach Vorgabe

Würfelmehrlinge - ein Beispiel

- Problem: Wann sind zwei Würfelanordnungen gleich?

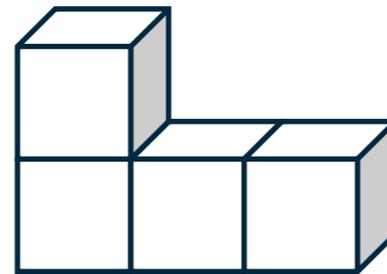
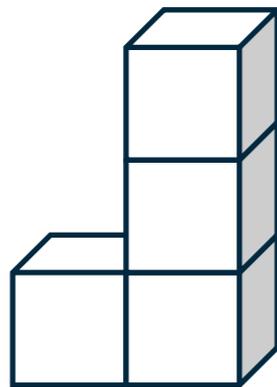


Formulieren Sie eine
Antwort!

Bauen mit homogenem Material – nach Vorgabe

Würfelmehrlinge - ein Beispiel

- Problem: Wann sind zwei Würfelanordnungen gleich?



Formulieren Sie eine
Antwort!

- Zwei Würfelanordnungen sind dann gleich, wenn sie durch Drehen oder Kippen ineinander überführt werden können.

Franke & Reinhold (2016), S. 178f

Körper erkennen und unterscheiden

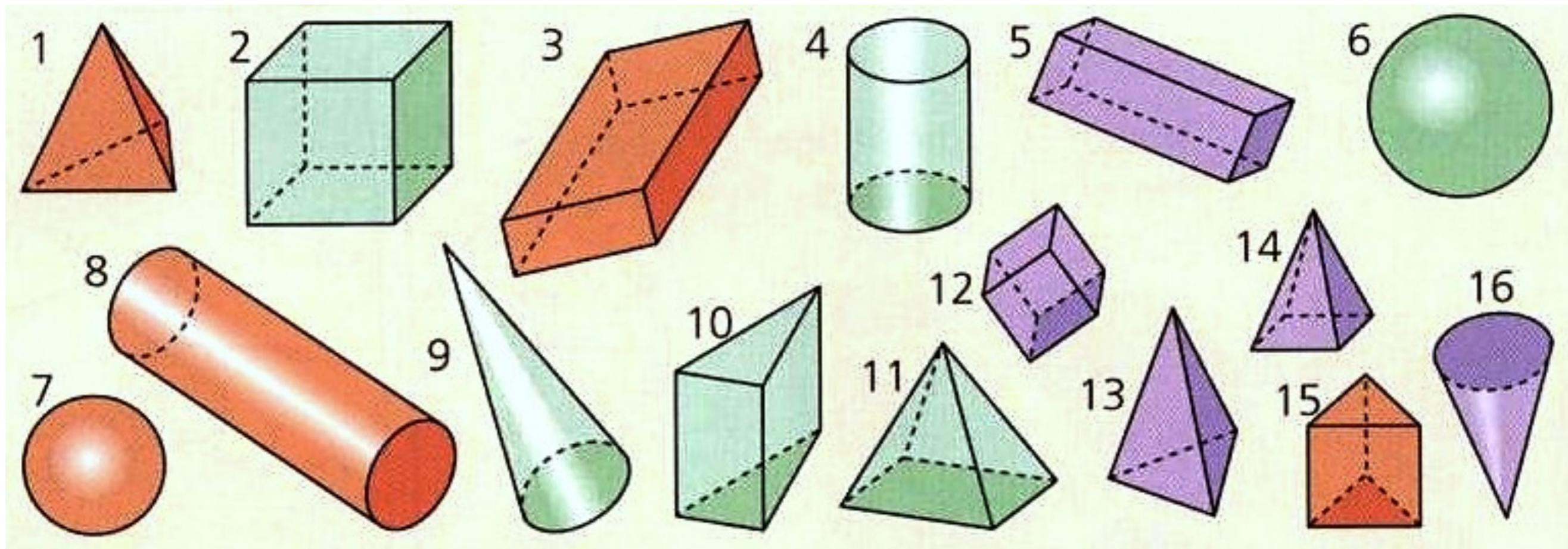
- Ordnen und Sortieren
- Körperformen auf Abbildungen

Körper erkennen und unterscheiden

- In der Umwelt sind alle Körperformen zu finden
- Problem: **keine Idealkörper**
- Bezeichnung mit Namen typischer Repräsentanten, bspw.
Ball für Kugel, Paket für Quader
- Unterricht setzt Impulse, um die geometrischen
Fachbegriffe und Eigenschaften der einzelnen Körper in den
Blick zu nehmen

Körper erkennen und unterscheiden

Sortieren Sie die abgebildeten Körper.
Wonach haben Sie sortiert?

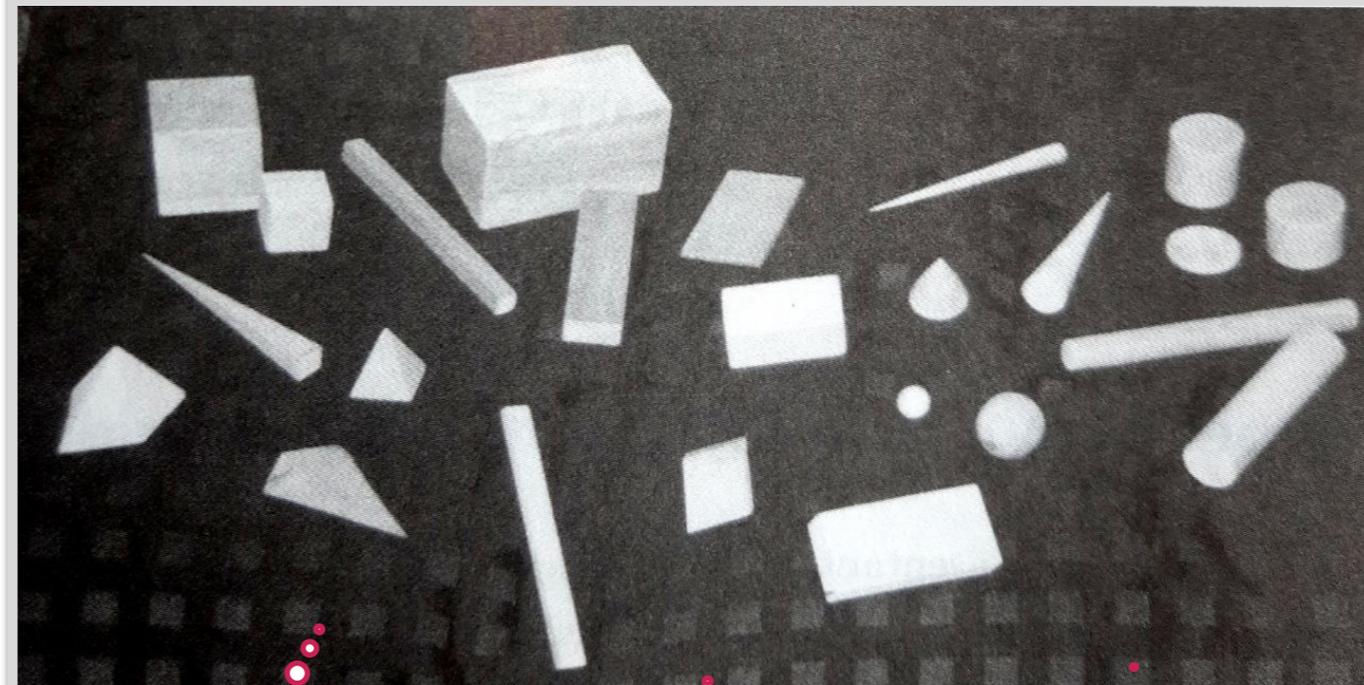


Vgl. Übung 3, Aufgabe 2

Ordnen und Sortieren

- im Fokus: Eigenschaften der Körper
- kategoriensuchendes Vorgehen
- Kinder sortieren Objekte zu Gruppen
- selbstständige Entscheidung für Kriterien
- wichtig ist anschließende Reflexion
- meist Idee des Prototypen

Niveaustufe 0
des Van-Hiele-
Modells



„eine Spitze
haben“

Beachtung einer
Grundfläche

Farbe

Franke & Reinhold (2016), S. 162

Ordnen und Sortieren

- im Fokus: Eigenschaften der Körper
- kategoriegeleitetes Vorgehen
 - Vorgabe des Kriteriums
 - Modell als Prototyp eines Körpers
 - Abbildung eines Prototyps
 - Begriffswort
 - ...

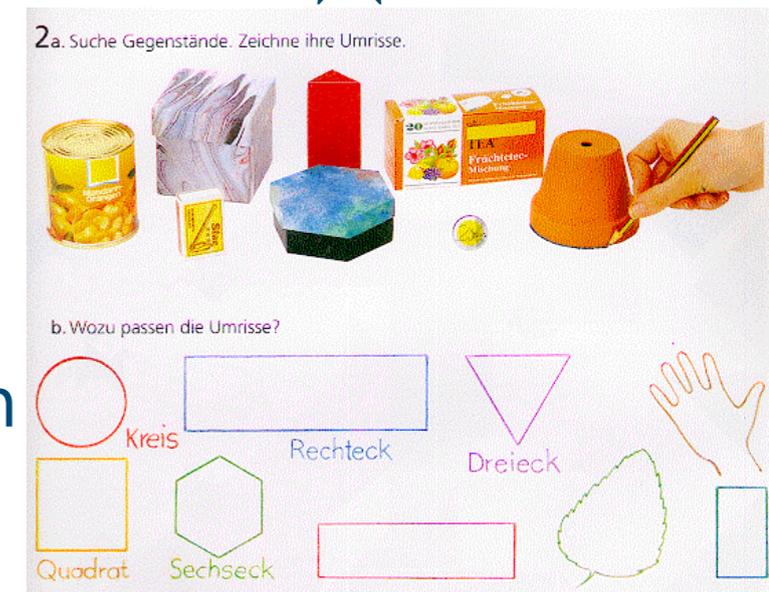
→ **Nutzung von merkmalsarmen Material**

Körper erkennen und unterscheiden

Körperformen auf Abbildungen

- Einordnung von abgebildeten Gegenständen
- Voraussetzungen:
 - Kinder kennen die Gegenstände
 - sie besitzen Erfahrungen im Umgang
 - sie können gedanklich mit ihnen operieren
- bildliche Darstellung ersetzt nie das Modell!
- Im Bild wird immer eine bestimmte Perspektive gewählt

→ **vom Hantieren mit realen Objekten über die visuelle Wahrnehmung räumlicher Objekte zum Wiedererkennen in Bildern, Begriffsverständnis**



Das Zahlenbuch 2, S. 25

Eigenschaften von Körpern

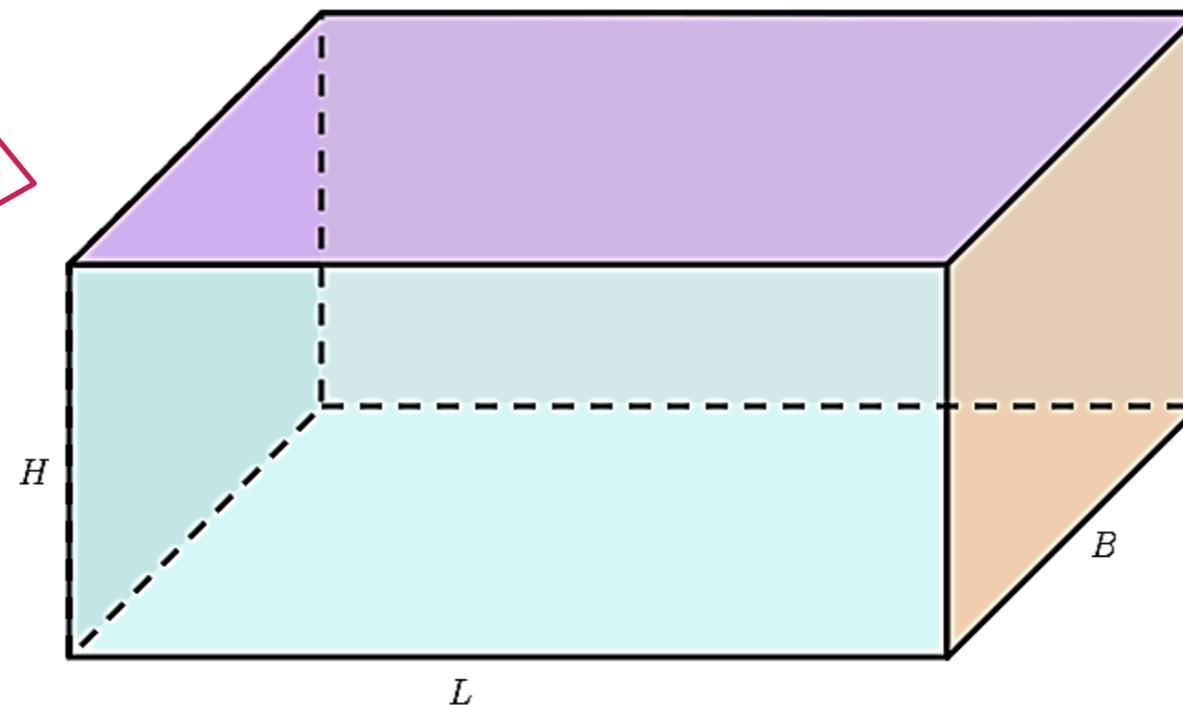
- Definitionen
- Arbeit mit Steckbriefen
- Körperformen und reale Gegenstände
- Platonische Körper, Eulerscher Polyedersatz

Definition: Quader

Eine Rechteckfläche wird senkrecht zu sich selbst im Raum verschoben; die dabei überstrichene Punktmenge ist ein **Quader**.

Alternativ: Ein Quader ist ein Körper, der durch rechteckige Seitenflächen begrenzt wird und bei dem die Kanten senkrecht aufeinander stehen.

Was sind Sonderfälle der Körperform Quader, was Verallgemeinerungen?



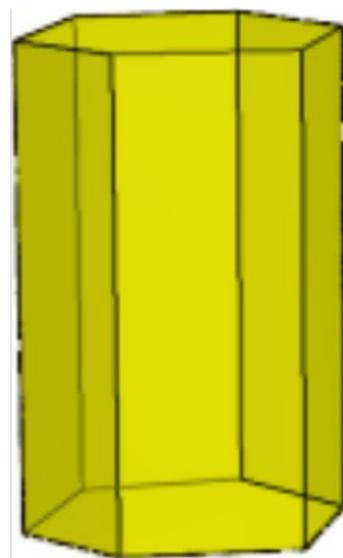
Krauter & Bescherer (2012), S. 86

Definition: Prisma

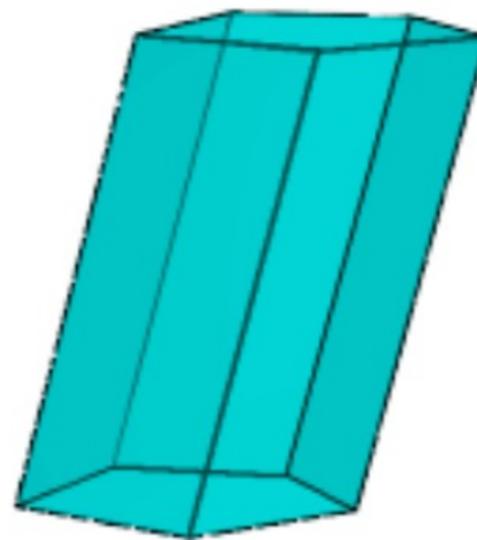
Ein **Prisma** ist ein Polyeder, dessen Grund- und Deckfläche parallele, zueinander kongruente n -Ecke sind und dessen Seitenkanten zueinander parallel und gleich lang sind.

Alternativ: Ein Prisma entsteht durch Parallelverschiebung eines n -Ecks entlang einer nicht in dieser Ebene liegenden Geraden im Raum.

Gerades Prisma:
Kanten senkrecht zur
Grundfläche



A



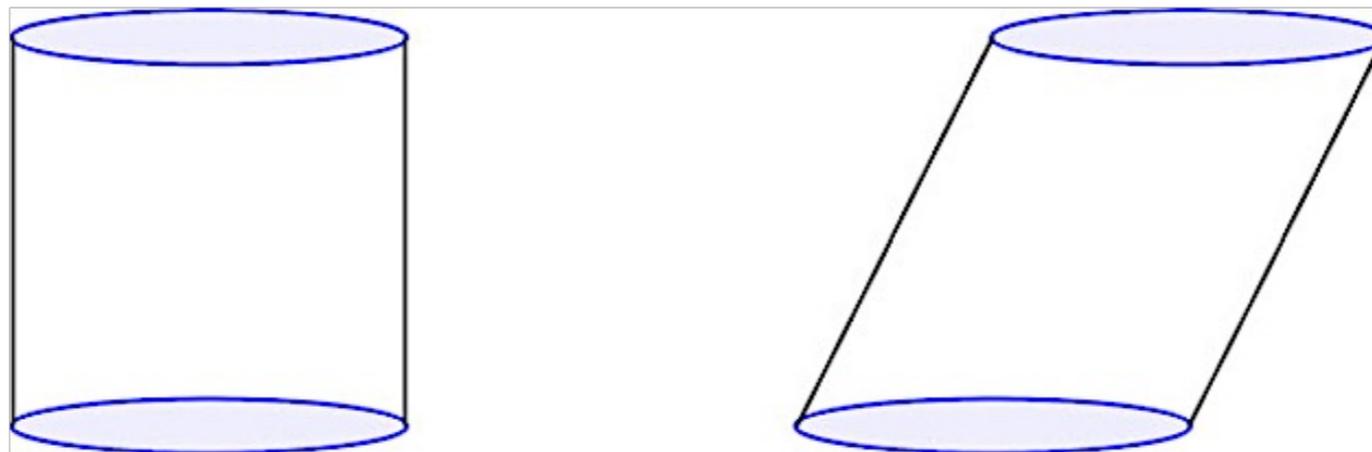
B

Schiefes Prisma:
Kanten nicht senkrecht zur
Grundfläche

Krauter & Bescherer (2012), S. 86

Allgemein werden geometrische Körper, die durch eine parallele Verschiebung aus einer Grundfläche hervorgehen, als **Zylinder** bezeichnet.

Ein **Kreiszyylinder** ist ein Zylinder mit einer kreisförmigen Grundfläche.

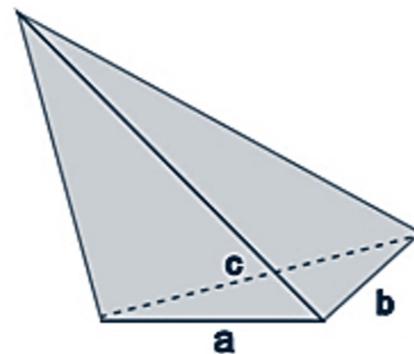


Helmerich & Lengnink (2016), S.94

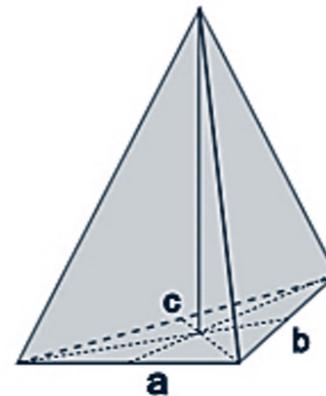
Definition: Pyramide

Eine **Pyramide** ist ein Polygon, das von einem n -Eck und n Dreiecken begrenzt wird. Die Dreiecke treffen sich in einem Punkt, der Spitze.

schief



gerade

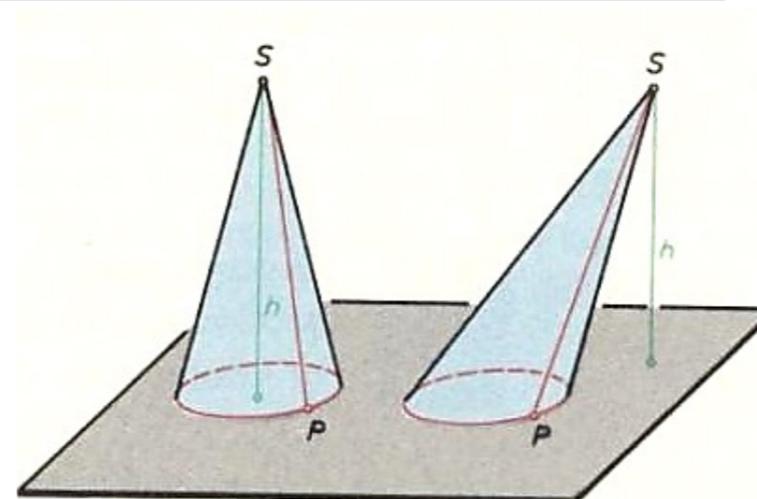


regelmäßig



Grenzfall:

Ist die Grundfläche ein Kreis, so erhält man einen **Kegel**.



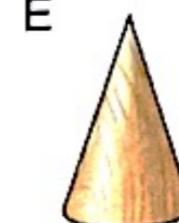
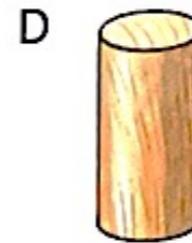
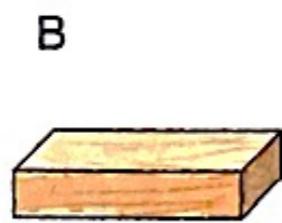
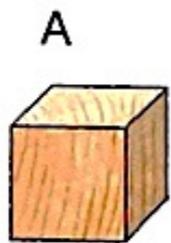
Definition: Kugel

Die **Kugeloberfläche** besteht aus allen Punkten, die zu einem vorgegebenen Mittelpunkt den gleichen Abstand haben. Der Abstand zum Mittelpunkt heißt **Radius**.

Die „**Vollkugel**“ wird zusätzlich durch alle Punkte „innerhalb“ der Oberfläche beschrieben, d. h. die Menge aller Punkte, deren Abstand vom Kugelmittelpunkt kleiner oder gleich dem Radius ist.

Eigenschaften von Körpern

1 Diese Körper kennst du schon. Wie heißen sie? Ordne die Namen den Körpern zu.



Zylinder

Würfel

Kegel

Kugel

Pyramide

Quader

2 Körperrätsel. Welcher Körper kann es sein?

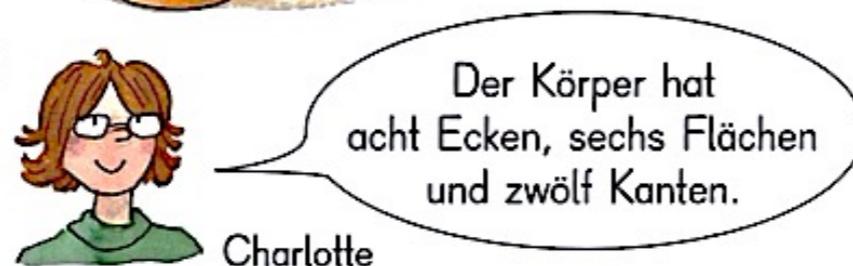
a)



b)



c)



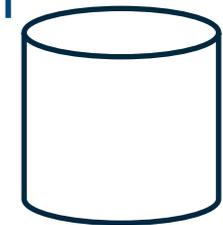
d)



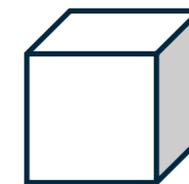
Welt der Zahl 4, 2019, S. 52

Arbeit mit Steckbriefen

- Schüler identifizieren Körper anhand von Steckbriefen
- Um welchen Körper handelt es sich?
 - **Beispiel 1:** Der Körper besitzt 2 Kanten und keine Ecken



- **Beispiel 2:** Der Körper besitzt 6 Flächen und 8 Ecken



- Schüler formulieren selbst solche Steckbriefe

Körperformen und reale Gegenstände

Ein Beispiel: Körpereigenschaften und Funktion eines Gegenstandes

- Erkennen und Beschreiben von Zusammenhängen
- Warum besitzt ein Gegenstand eine bestimmte Form?
- Beispiel: Form und Funktion einer Cremedose
 - Cremedosen sind meist zylinderförmig bei geringer Höhe
 - Warum hat eine Cremedose eine runde Grundfläche und keine viereckige?
 - Warum ist eine Cremedose so flach?
 - Welche Vor- und Nachteile besitzen andere Formen?



Abbildungsquelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Hautcreme#/media/Datei:Nivea-Creme.jpg>

Weigand (2014), S. 142

Platonische Körper

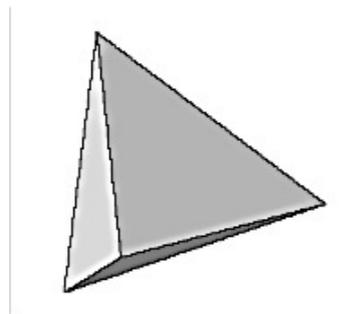


Abbildungsquelle:
<https://shop.mathematikum.de/spiele-spielzeug/spielzeug/136/platonische-wuerfel-set>

Warum können alle platonischen Körper als Spielwürfel genutzt werden?

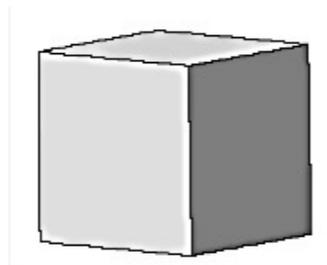
Satz:

Es gibt genau fünf reguläre Polyeder, die sogenannten **Platonischen Körper**.



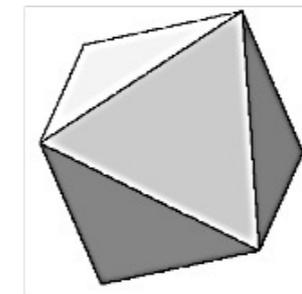
Feuer

Tetraeder (Vierflächner)



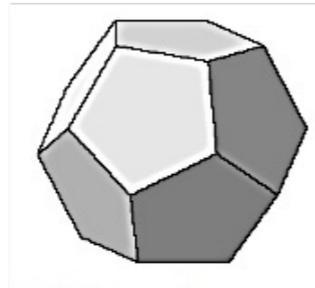
Erde

Hexaeder
(Sechseckflächner)



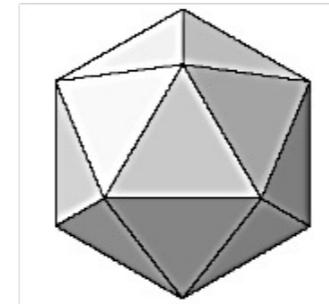
Luft

Oktaeder
(Achtflächner)



Kosmos

Dodekaeder
(Zwölfflächner)



Wasser

Ikosaeder (Zwanzigflächner)

Benölken, Gorski, & Müller-Philipp, 2018, S. 58

Körpermodelle und Körpernetze

- Vollmodell – Kantenmodell – Flächenmodell
- Würfelnetze
- Körpernetze

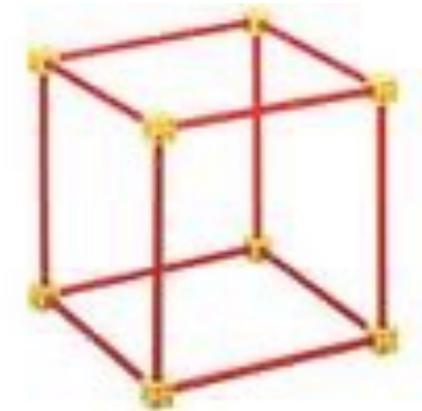
Vollmodell

- Massivmodell des Körpers, Prototyp
- Beschreiben der Eigenschaften,
- Zählen von Ecken, Flächen und Kanten
- „gerade“ Alltagsgegenstände, Knete/ Kartoffeln



Kantenmodell

- Flächen fehlen, also Fokus auf die Kanten
- Einblick in den Körper, Stichwort Berechnungen
- Papierstreifen und -ecken, Knete und Holzstäbe



Flächenmodell

- Abwicklung zum Netz
- zusammengebautes Flächenmodell ähnlich wie Vollmodell



Franke & Reinhold (2016), S. 183ff

- Das Netz eines Körpers ist die vollständige Abwicklung seiner Oberfläche in die Ebene

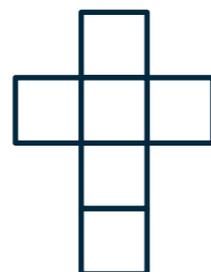
Besitzen alle geometrischen Körper ein Netz?

- Das Netz eines Körpers ist die vollständige Abwicklung seiner Oberfläche in die Ebene
- Nein, es gibt Körper, die sich nicht in die Ebene abrollen lassen, Bsp. Kugel
- Körpernetze sind die Verbindung zwischen den räumlichen Objekten und der ebenen Geometrie
- Herstellung von Körpermodellen
 - Produkt
 - (Herstellungs)Prozess

Besitzen alle geometrischen Körper ein Netz?

Würfelnetze

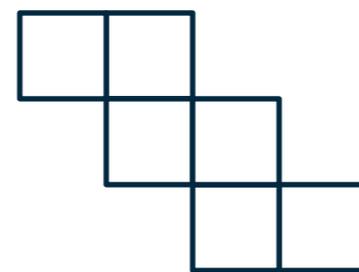
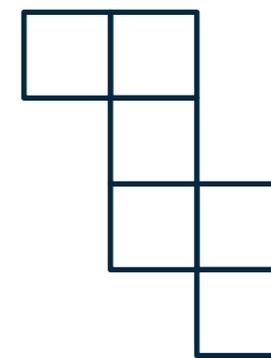
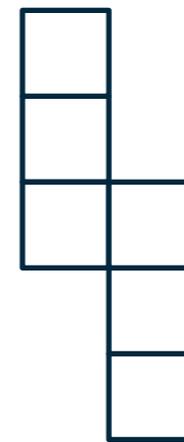
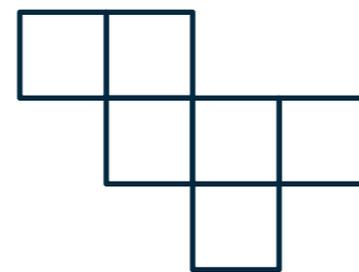
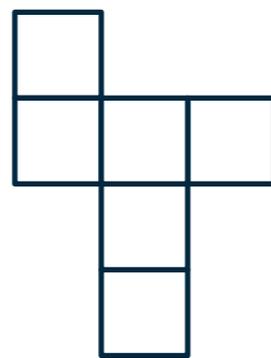
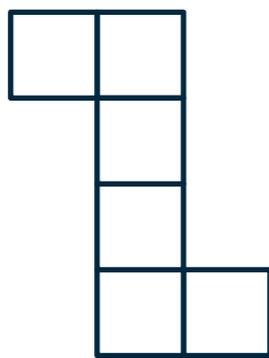
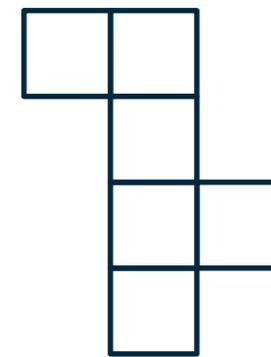
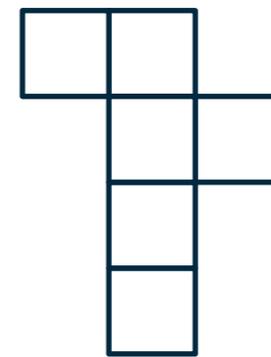
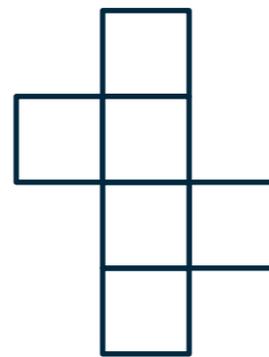
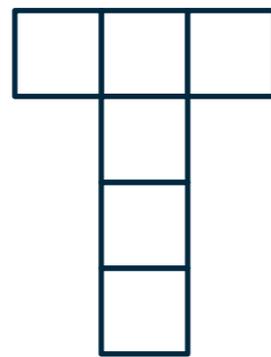
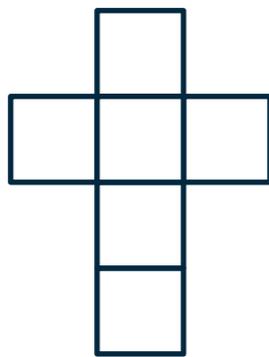
- Würfelnetze bestehen aus sechs aneinanderhängenden kongruenten Quadratflächen.
- Die Flächen sind so angeordnet, dass sie sich zu einem Würfel zusammenfalten lassen.
- Würfelnetze entstehen durch
 - Aufschneiden und Auseinanderklappen eines Würfels
 - Abrollen und Umfahren eines Würfels
 - Zusammensetzen und Falten von kongruenten Quadraten



Finden Sie weitere Würfelnetze!
Wie viele Würfelnetze gibt es?

Franke & Reinhold (2016), S. 186

Würfelnetze



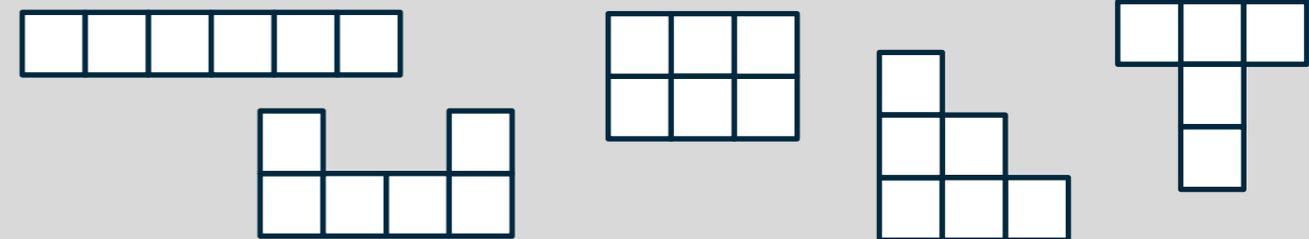
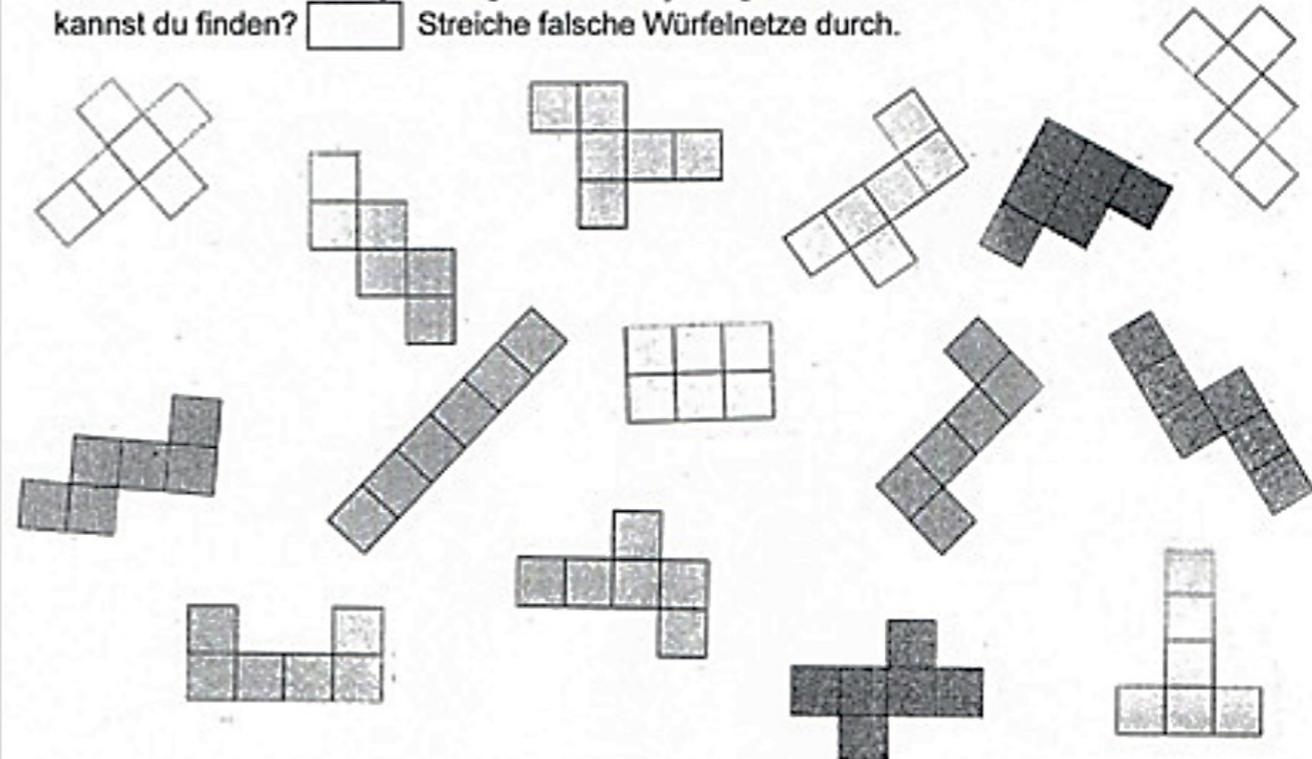
Würfelnetze

Ein Beispiel, 3. Schuljahr

- Wann und warum ist ein Netz kein echtes Würfelnetz?
- Kinder untersuchen gegebene Netze und entscheiden, welche Netze echte Würfelnetze sind und welche nicht (visuelles Gedächtnis, Prüfen mit Material, mentales Prüfen)
- weiterführender Auftrag: „Erkläre Anna, warum die anderen Netze keine echten Würfelnetze sind!“

Anna hat verschiedene Würfelnetze gefunden.

1. Sind alle Würfelnetze, die sie gefunden hat, richtig? Wie viele echte Würfelnetze kannst du finden? Streiche falsche Würfelnetze durch.

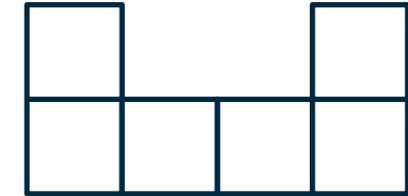
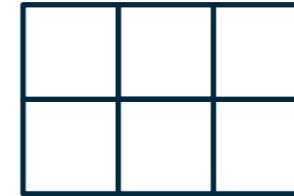


<https://kira.dzlm.de/node/54>

Körpermodelle und Körpernetze

Würfelnetze

Ein Beispiel, 3. Schuljahr



3. Erkläre Anna, warum die anderen Netze keine echten Würfelnetze sind.

weil man die Netze nicht
zu einem Würfel machen
kann.

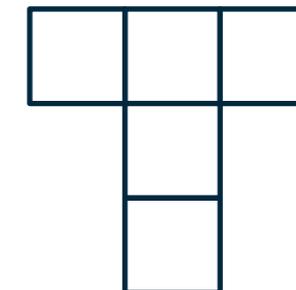
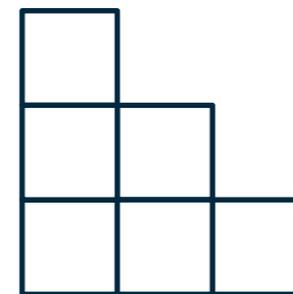


3. Erkläre Anna, warum die anderen Netze keine echten Würfelnetze sind.

Bei diesem Würfelnetz  zwei bleiben
frei und zwei werden sind Doppelt.
 Man kann sie nicht zu Klappen.
Bei das hier  eins ist doppelt und
eins ist frei.  die Mitte kann man
nicht zu Klappen

3. Erkläre Anna, warum die anderen Netze keine echten Würfelnetze sind.

das was grade ist must du zwei von oben
weck nehmen danach die zwei nach dem
dritten Käst jeht hin tun.
beidem ber Pack must du 3 weck nehmen danach
wie ein T vormen Bei disen einen zwei von
ganz links weck nehmen vomst wie ein T.
und beim letzten zwei weck machen und
wie ein z machen



<https://kira.dzlm.de/node/54>

Und zum Schluss?

Zum guten Schluss...

Erkläre den Unterschied zwischen einer geometrischen Figur und einem geometrischen Körper!

- Begriffsverständnis Figur und Körper
- Eindrücke aus einer zweiten Klasse

Und zum Schluss?

Zum guten Schluss...

„Eine Figur ist flach. Ein Körper ist hohl.“

Niko, 8 Jahre

„Eine Figur liegt flach auf dem Boden. Und Figuren sind zum Beispiel ein Kreis, Rechteck, Quadrat, Dreieck oder Sechseck. Körper sind Sachen, in die man etwas rein tun kann, wie zum Beispiel ein Zylinder, Würfel, Kegel, Quader oder Kugel.“

Julia, 8 Jahre

„In einen Körper kann man etwas hineintun. Figuren kann man ausschneiden.“

Claudia, 8 Jahre

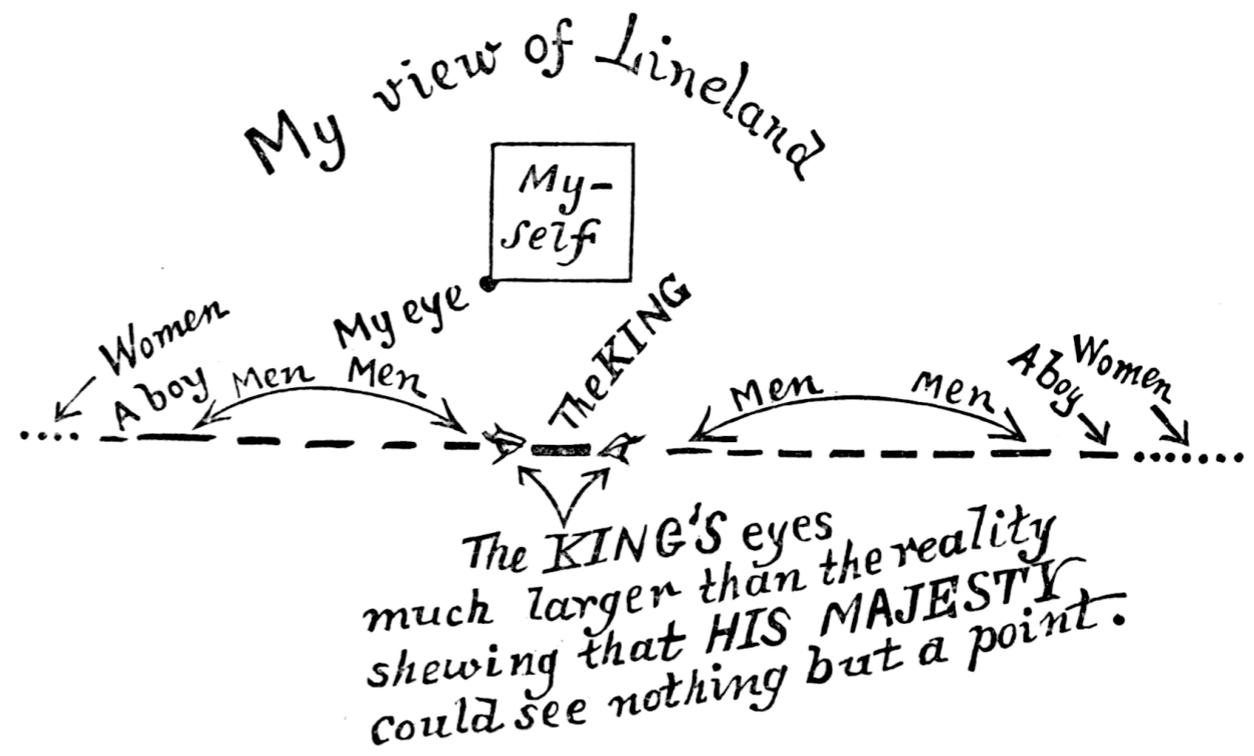
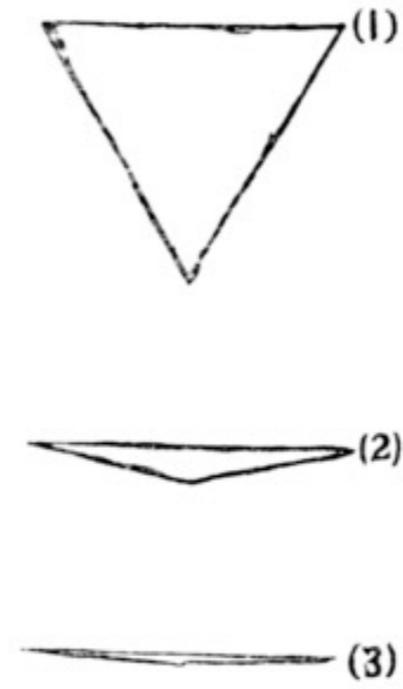
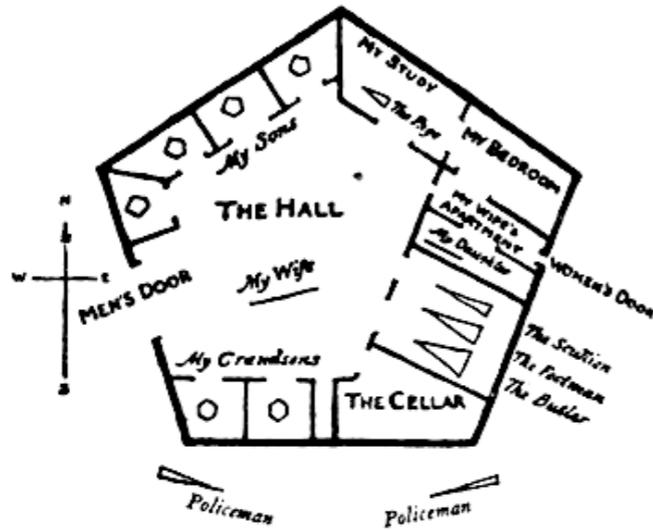
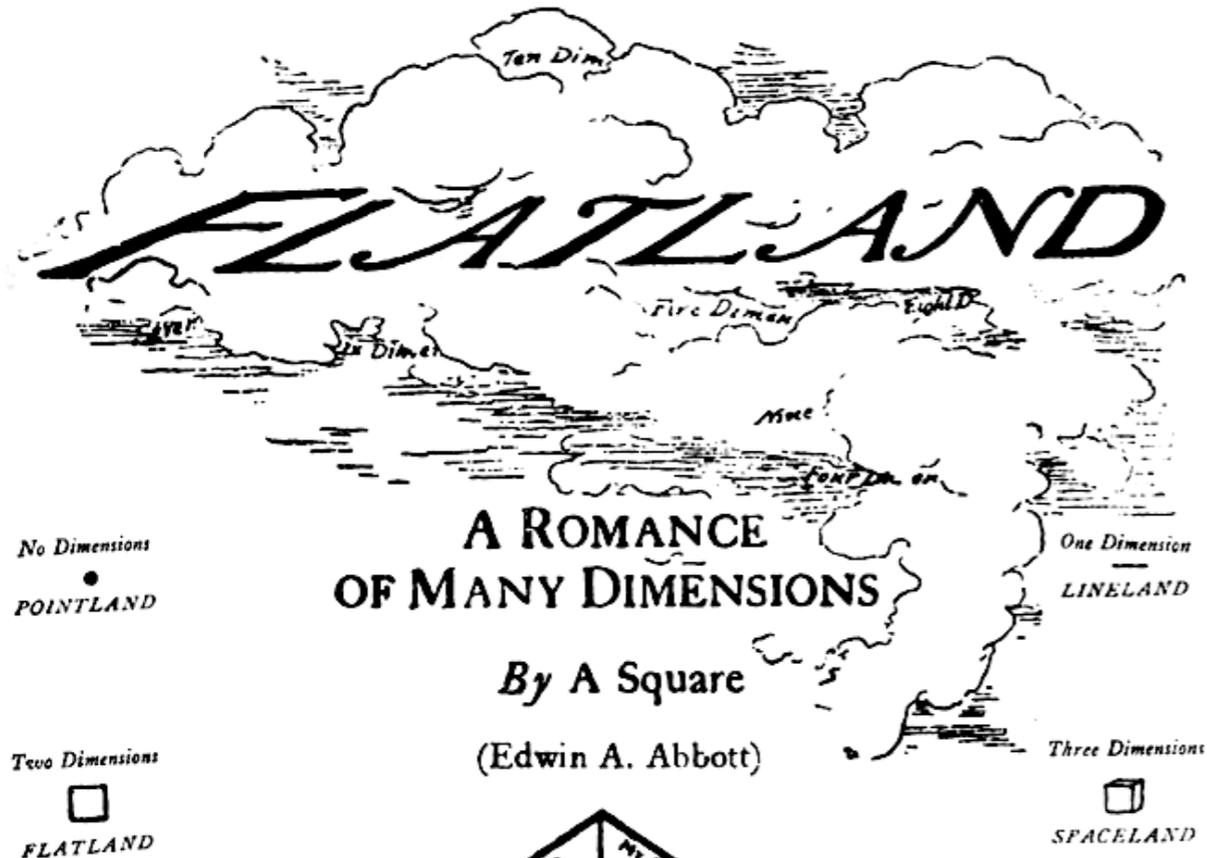
Und zum Schluss?

Zum guten Schluss...

„In einen Körper kann man etwas hineinlegen.
Eine Figur ist flach.
Ein Würfel hat sechs Flächen, ein Quadrat hat nur
eine Fläche.“
Linda, 8 Jahre

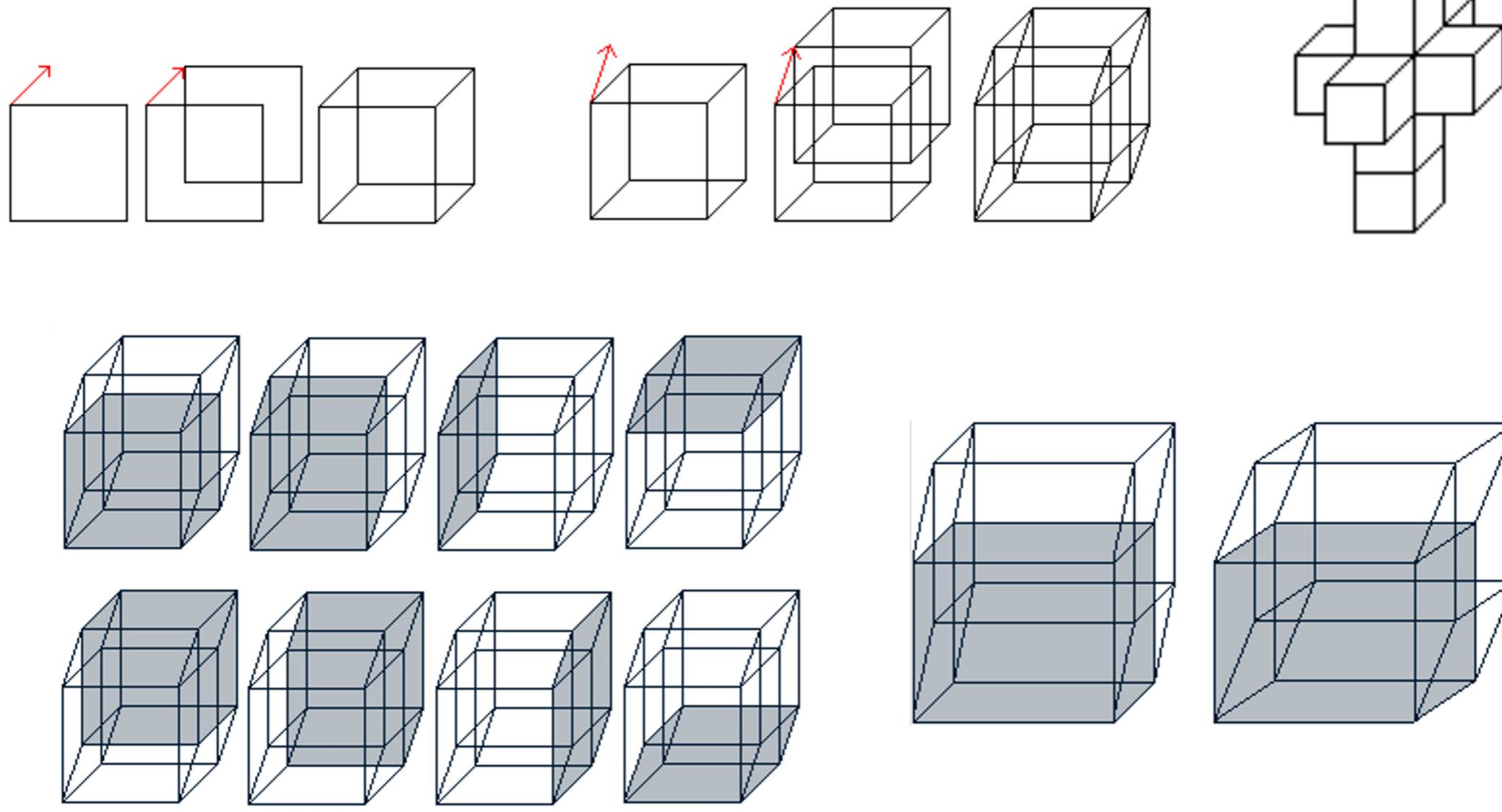
„Eine Figur ist zum Beispiel ein Dreieck oder ein Rechteck.
Es liegt flach auf dem Boden. Man kann nichts hinein füllen.
In einen Körper kann man etwas hineintun und er fällt nicht um.
Ein Körper hat Flächen, zum Beispiel der Würfel.“
Daniel, 9 Jahre

Und zum Schluss?



Und zum Schluss?

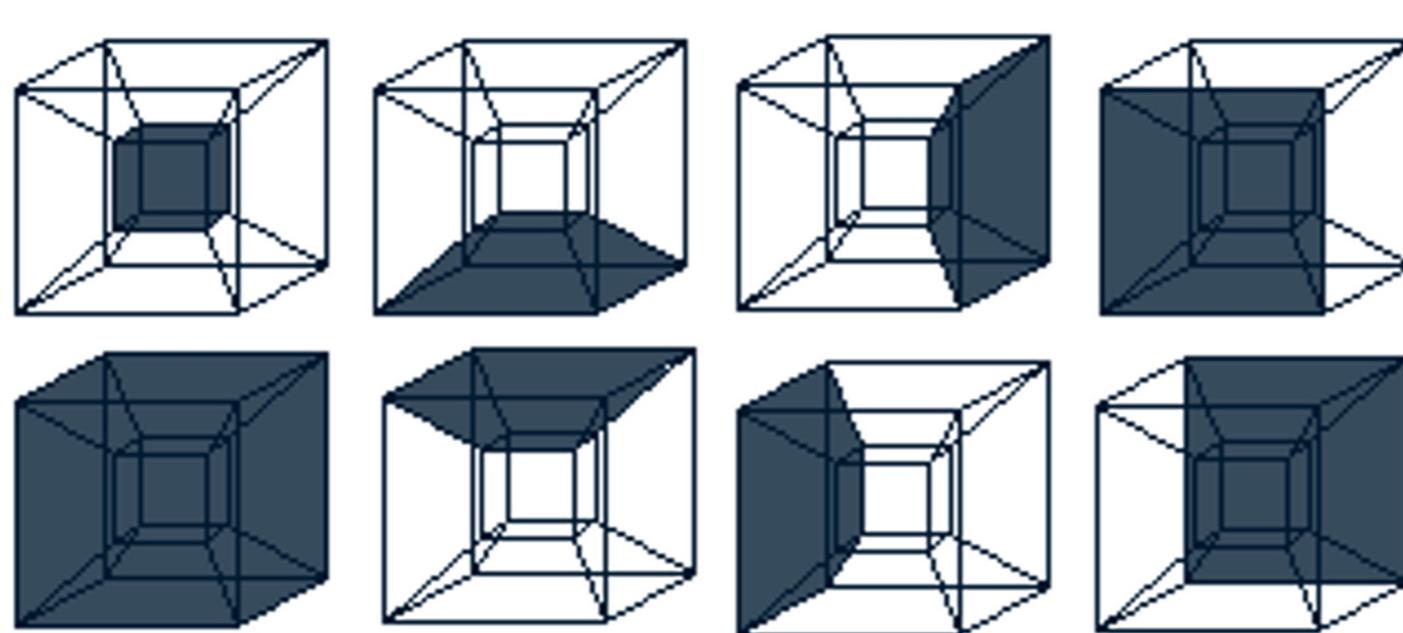
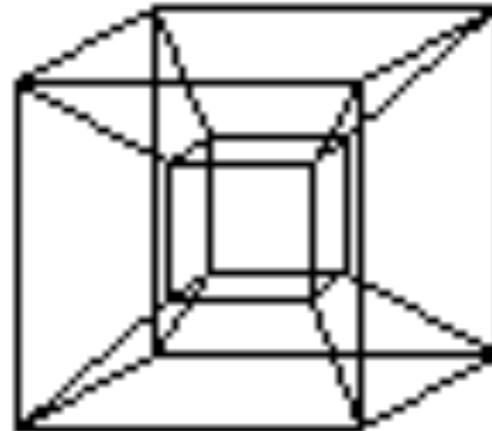
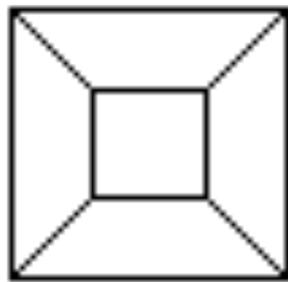
Der Hyperwürfel



<http://www.mathematische-basteleien.de/hyperkubus.htm>

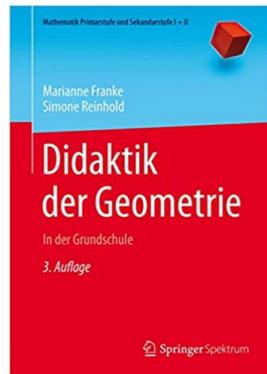
Und zum Schluss?

Der Hyperwürfel



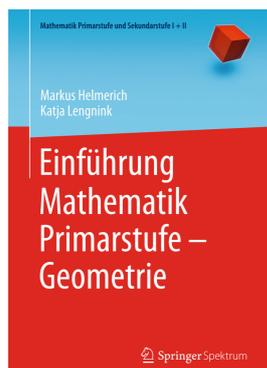
<http://www.mathematische-basteleien.de/hyperkubus.htm>

- Benölken, R., Gorski, H. J., & Müller-Philipp, S. (2018). Leitfaden Geometrie. Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Franke, M., & Reinhold, S. (2016). Didaktik der Geometrie in der Grundschule. Elsevier, Spektrum, Akad. Verlag.
- Heinze, A. (2002). «... aber ein Quadrat ist kein Rechteck»—Schülerschwierigkeiten beim Verwenden einfacher geometrischer Begriffe in Jahrgang 8. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34(2), 51-55.
- Helmerich, M., & Lengnink, K. (2016). *Einführung Mathematik Primarstufe-Geometrie*. Berlin Heidelberg: Springer.
- Krauter, S., & Bescherer, C. (2012). Erlebnis Elementargeometrie: ein Arbeitsbuch zum selbstständigen und aktiven Entdecken. Springer-Verlag.
- Weigand, H.-G. (2014). Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I, Heidelberg, Spektrum Verlag.



Didaktischer Hintergrund (Primarstufe):

Franke, M., & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule*. Elsevier, Spektrum, Akad. Verlag. **Abschnitt 7.4 „Lernumgebungen zu ausgewählten Grundformen“, 7.1 „Legen – freies Legen, Auslegen, Umlegen“ & Kapitel 6 „Räumliche Objekte und Aktivitäten im dreidimensionalen Raum“**



Fachlicher Hintergrund:

Helmerich, M., & Lengnink, K. (2016). *Einführung Mathematik Primarstufe-Geometrie*. Berlin Heidelberg: Springer. (<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-47206-4>). **Abschnitt 3.1.1 „Haus der Vierecke“ & 5.2.1 „Umkreis und Inkreis von Vierecken“**



Krauter, S., & Bescherer, C. (2012). *Erlebnis Elementargeometrie: ein Arbeitsbuch zum selbstständigen und aktiven Entdecken*. Springer-Verlag. <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-8274-3026-7.pdf>. **Abschnitt 4.10 „Typisierung räumlicher Figuren – Körper“**

Ich kann...

- Das Haus der Vierecke zeichnen, die Vierecksarten definieren und die Beziehungen zueinander beschreiben.
- Lernsituationen mit Quadratmehrlingen beschreiben, die das Erzeugen von Vierecken, das Entdecken charakteristischer Eigenschaften und das vertiefende Erkunden ermöglichen.
- entscheiden, welche Vierecke einen Umkreis oder Inkreis haben.
- Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Bauen mit heterogenem Material und das freie Bauen mit homogenem Material sowie das Bauen mit homogenem Material nach Vorgabe ermöglichen.
- Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Ordnen und Sortieren sowie das Erkennen und Unterscheiden von Körpern ermöglichen.
- Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel definieren.
- Eigenschaften von Körpern (Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen) benennen und die Arbeit mit Steckbriefen sowie mit realen Gegenständen beschreiben.
- Verschiedene Arten von Körpermodellen beschreiben und unterscheiden.
- Eigenschaften von Körpernetzen nennen und alle Netze zu einem Körper finden.
- Lernsituationen zu Körpermodellen und Körpernetzen beschreiben und didaktisch einordnen.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit und Mitarbeit
und bis nächsten Dienstag!

