

Didaktik der Mathematik in der Primarstufe III

Didaktik der Geometrie

14 - Wiederholung & Fragen

Sommersemester 2023

Prof. Dr. Melanie Platz

Themenübersicht

Datum	Nr.	Thema	Grundidee
11.04.23	01	Organisatorisches & Einführung	
18.04.23	02	Entwicklung räumlicher Fähigkeiten	
25.04.23	03	Geometrische Begriffe und Wissenserwerb	
02.05.23	04	Zeichnen und Konstruieren	Formen und ihre Konstruktion
09.05.23	05	Ebene Figuren I	
16.05.23	06	Ebene Figuren II & Räumliche Objekte	
23.05.23	07	Symmetrie I (Kongruenzabbildungen)	Operieren mit Formen
30.05.23	08 (entfällt)	--	
06.06.23	09	Symmetrie II (Muster, Bandornamente, Parkette)	
13.06.23	10	Falten	
20.06.23	11	Längen, Flächen und Volumina I	Maße und Formeln
27.06.23	12	Längen, Flächen und Volumina II	Geom. Gesetzm. & Muster
04.07.23	13	Pläne & Maßstäbe, Wiederholung & Fragen I	Koordinaten
11.07.23	14 (online)	Wiederholung & Fragen II	
18.07.23	15	Klausur	

Wiederholung & Fragen

- Informationen zum Ablauf der Klausur
- Besprechung der Probeklausur
- Fragen

Informationen zum Ablauf der Klausur

Die Klausur findet am

18.07.22 (Dienstag),

08:00-10:00 Uhr

in Gebäude E2.5, **HS II** statt.

(Zweitermin: 26.09.23 (Dienstag), 15:00-17:00 Uhr, HS III)

~~Vor~~ Während der Klausur

Fakultät: MI
Fachrichtung: Did. d. Primarstufe - SP Mathematik
Semester: SoSe 2023



Deckblatt Klausur

Name, Vorname:
Matrikelnummer:
Studiengang: LP
Datum der Prüfung: 18.07.2023
Modularisiert: Bachelor ☐ Master ☐ Lehramt ☒ Wirtschaftspädagogik ☐
Studienordnung: _____
Nicht modularisiert ☐

Veranstaltung: Didaktik der Geometrie: Messen, Raum & Form
Dozent: M. Platz
Modul: Didaktik der Mathematik in der Primarstufe III
Teilmodul: _____
einzubringen in Fach: _____
Bereich: Pflicht ☒ / Wahlpflicht ☐ / Wahl ☐

Erklärung:

Hiermit erkläre ich, dass mir die für diese Prüfung relevanten Zulassungsvoraussetzungen aus der Anlage der für mich geltenden Prüfungsordnung bekannt sind.
Mir ist damit bewusst, dass diese Prüfungsleistung als nicht abgelegt zählt, wenn die hierfür vorgesehenen Zulassungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind.
Mir ist bekannt, dass die Teilnahme an der Prüfung zudem die ordnungsgemäße Anmeldung zur Prüfung voraussetzt. Die Teilnahme an der Prüfung bei versäumter Anmeldung hat die Ungültigkeit der Prüfung zur Folge.
Zudem ist mir bekannt, dass eine nicht bestandene Teilprüfung zweimal wiederholt werden kann. Die Wiederholung einer bestandenen Teilprüfung ist nicht zulässig.

Datum: Unterschrift:

Von Prüfer / Prüferin auszufüllen:

bestanden ☐ Note:
nicht bestanden ☐ Unterschrift Prüfer:

Dieses Mal:
Bei der Klausur
auszufüllen.
(Muss also nicht
von Ihnen
ausgedruckt
werden)

Informationen zum Ablauf – Teil 0 (Einlass)

- Bitte finden Sie sich bis **spätestens 07:45 Uhr vor** dem Hörsaal ein.
- Die gekennzeichneten Sitzplätze (herunter geklappte Tische) sind zu besetzen.
- **Die Klausur bleibt verdeckt auf dem Tisch liegen, bis Sie dazu aufgefordert werden mit der Klausur zu beginnen.**

Informationen zum Ablauf – Teil I (im Klausurraum angekommen)

- **Mobiltelefone** müssen **ausgeschaltet(!)** und in der Tasche verstaut werden. Sie dürfen nicht am Körper getragen werden. Dies kann unter Umständen als Täuschungsversuch geahndet werden.
- Legen Sie für die Identitätskontrolle Ihren **Studentenausweis** vor Beginn der Klausur zur Kontrolle auf Ihren Tisch. Studierende ohne gültigen Ausweis oder ohne bestandene Prüfungsvorleistung werden von der Klausurteilnahme ausgeschlossen, genauso wie nicht angemeldete Studierende. Die Identitätskontrolle erfolgt nach Bearbeitungsbeginn am Sitzplatz.
- Legen Sie mindestens zwei Stifte (**Dokumentenecht!**) und evtl. etwas zu Trinken bereit.
- Taschen und Rucksäcke sind zu verschließen.
- Erlaubt sind Taschenrechner (nicht grafikfähig oder programmierbar), **Zirkel**, Lineal, **Geodreieck**, Radiergummi oder ähnliche Schreib- und **Zeichenmaterialien**.
- Schreiben Sie bitte **nicht** mit rot, grün oder Bleistift! (Konstruktionen mit Bleistift sind erlaubt.) Es wird direkt auf die Klausur geschrieben, eventuell benötigte zusätzliche Blätter hält die Aufsichtsperson bereit.
- Auf den Deckblättern des abzugebenden Klausurexemplares sind **Name, Vorname(n)** und **Matrikelnummer** zu notieren.

Informationen zum Ablauf – Teil II (während der Klausur)

- Erst wenn **jeder** Teilnehmer im Raum ein Klausurexemplar erhalten hat und die aufsichtführende Person Ihre Zustimmung gegeben hat, **darf mit der Bearbeitung der Klausur begonnen werden**. Vor der Bearbeitung der Aufgabenstellung sind die konkreten Hinweise zur Klausur und zur jeweiligen Aufgabe durchzulesen.
- Für die Klausur stehen Ihnen **90 Minuten** zur Verfügung. Die Klausuraufgaben finden Sie auf **beidseitig bedruckten** Blättern vor.
- Bitte bleiben Sie bitte **bis zum Ende der Bearbeitungszeit** ruhig im Klausurraum sitzen, bis die Klausur offiziell beendet wird und die Klausuren eingesammelt werden. Zeitweiliges Verlassen des eigenen Sitzplatzes (z.B. bei Toilettengang) ist **nur in Absprache** mit einer aufsichtführenden Person möglich.

Informationen zum Ablauf – Teil III (Ende der Klausur)

- Nochmal: Bitte bleiben Sie bitte **bis zum Ende der Bearbeitungszeit** ruhig im Klausurraum sitzen.
- Vor Abgabe der Klausur und dem Verlassen des Klausurraumes sind die **Unterlagen auf ihre Vollständigkeit** zu überprüfen.
- Wir sammeln die Klausuren ein.

Besprechung der Probeklausur

Themenübersicht

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Σ	Note
von 10	von 10	von 10	von 10	von 10	von 50	

Datum	Nr.	Thema	Grundidee
11.04.23	01	Organisatorisches & Einführung	
18.04.23	02	Entwicklung räumlicher Fähigkeiten	
25.04.23	03	Geometrische Begriffe und Wissenserwerb	
02.05.23	04	Zeichnen und Konstruieren	Formen und ihre Konstruktion
09.05.23	05	Ebene Figuren I	
16.05.23	06	Ebene Figuren II & Räumliche Objekte	
23.05.23	07	Symmetrie I (Kongruenzabbildungen)	Operieren mit Formen
30.05.23	08 (entfällt)	--	
06.06.23	09	Symmetrie II (Muster, Bandornamente, Parkette)	
13.06.23	10	Falten	Maße und Formeln
20.06.23	11	Längen, Flächen und Volumina I	
27.06.23	12	Längen, Flächen und Volumina II	Geom. Gesetzm. & Muster
04.07.23	13	Pläne & Maßstäbe, Wiederholung & Fragen I	Koordinaten
11.07.23	14 (online)	Wiederholung & Fragen II	
18.07.23	15	Klausur	

Ich kann...

- ☐ Ursachen und Erklärungsansätze für die Vernachlässigung geometrischer Inhalte in der Praxis nennen.
- ☐ Grundideen des Geometrieunterrichts nennen.
- ☐ Ziele des Geometrieunterrichts nennen und begründen, warum die Behandlung von Geometrie in der Grundschule wichtig ist.
- ☐ Geometrische Inhalte in den Bildungsstandards und im Kernlehrplan verorten.

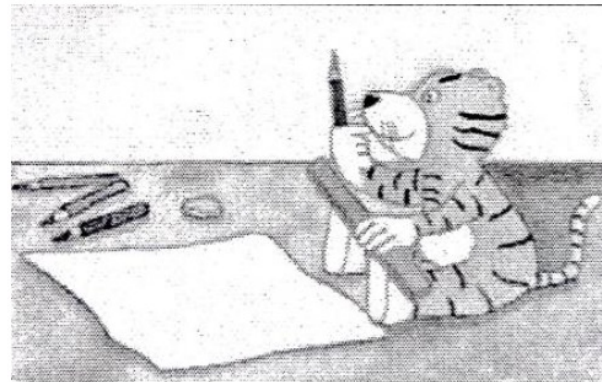


Zur Erinnerung:

- Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)
 - Zahlen und Operationen
 - Raum und Form
 - Muster und Strukturen
 - Größen und Messen
 - Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
- Allgemeine Kompetenzen
 - Problemlösen
 - Kommunizieren
 - Argumentieren
 - Modellieren
 - Darstellen
 - Automatisieren

1 Aufgabe 1: Räumliche Fähigkeiten

10 Punkte	
-----------	--



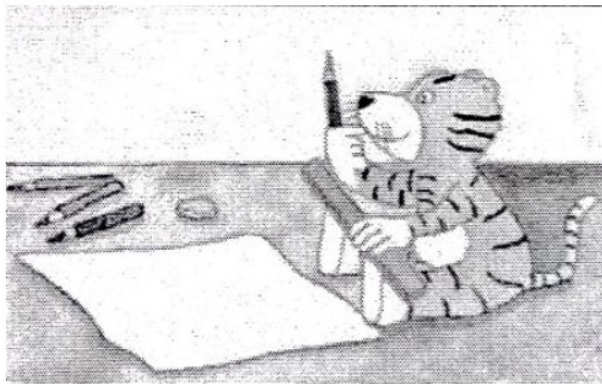
② Zeichne 3 Geraden so:

- a) Die 3 Geraden schneiden sich nicht.
- b) Die 3 Geraden schneiden sich einmal.
- c) Die 3 Geraden schneiden sich zweimal.
- d) Die 3 Geraden schneiden sich dreimal.

Abbildung aus: Mathetiger 3 und 4, Mildenberger Verlag

- a) Lösen Sie die Aufgabe. (2 Punkte)
- b) Erörtern Sie für die **drei Vorläuferfähigkeiten** der **Wahrnehmungskonstanz**, der **räumlichen Orientierung** sowie der **Figur-Grund-Unterscheidung**, inwiefern diese zur erfolgreichen Lösung der Aufgabenstellung relevant sind. (3 Punkte)
- c) Welche **Objektbegriffe**, **Eigenschaftsbegriffe** und **Relationsbegriffe** können Kinder bei der Aufgabe lernen? (3 Punkte)
- d) Mit welchem **Zeichengerät** (außer Bleistift) würden Sie die Kinder die Aufgabe lösen lassen? **Begründen** Sie kurz und nennen Sie zudem **eine Schwierigkeit**, die beim Umgang mit dem Zeichengerät beim Lösen der Aufgabe auftreten kann. (2 Punkte)

Probeklausur – Aufgabe 1



② Zeichne 3 Geraden so:

- a) Die 3 Geraden schneiden sich nicht.
- b) Die 3 Geraden schneiden sich einmal.
- c) Die 3 Geraden schneiden sich zweimal.
- d) Die 3 Geraden schneiden sich dreimal.

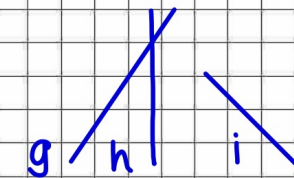
Abbildung aus: Mathetiger 3 und 4, Mildenerger Verlag

a) Lösen Sie die Aufgabe. (2 Punkte)

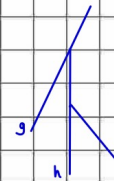
a) 3 Geraden schneiden sich nicht



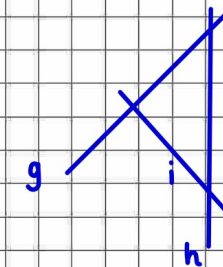
b) Geraden schneiden sich einmal.



c) Geraden schneiden sich 2mal



d) Geraden schneiden sich 3mal



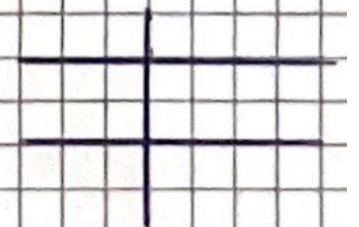
Geraden schneiden sich nicht:



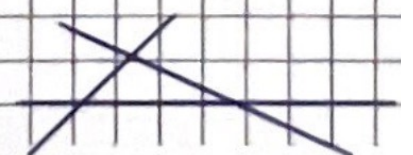
Geraden schneiden sich einmal:



Geraden schneiden sich zweimal:



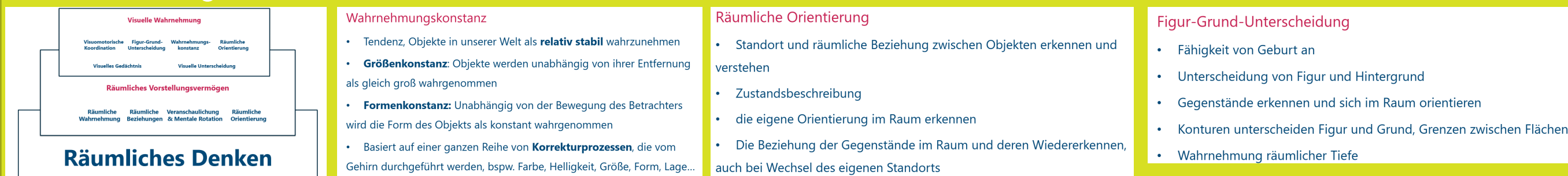
Geraden schneiden sich dreimal:



Probeklausur – Aufgabe 1

- b) Erörtern Sie für die **drei Vorläuferfähigkeiten** der **Wahrnehmungskonstanz**, der **räumlichen Orientierung** sowie der **Figur-Grund-Unterscheidung**, inwiefern diese zur erfolgreichen Lösung der Aufgabenstellung relevant sind. (3 Punkte)

Zur Erinnerung:



b) **Wahrnehmungskonstanz:** Es muss erkannt werden, dass die Geraden in der Ebene in verschiedenen Lagen und Größen angeordnet werden können, ihre Form dabei aber konstant bleibt (→ Formenkonstanz).

Figur-Grund-Unterscheidung: Die Geraden und ihre Schnittpunkte müssen vom Hintergrund unterschieden werden. Die Konturen der Geraden müssen auf Kästchenpapier gut zu erkennen sein.

Räumliche Orientierung: Um die Aufgabe lösen zu können, müssen die Geraden gedanklich in verschiedene Positionen gebracht werden. Dabei müssen die Standorte und die räumlichen Beziehungen zwischen den Geraden erkannt und verstanden werden (→ Schnittpunkte). Beispielsweise muss die räumliche Beziehung „parallel zueinander“ bei den Geraden, die sich nicht schneiden, verstanden werden.

* **Wahrnehmungskonstanz** = Figuren in der Ebene/im Raum in verschiedenen Größen, Anordnungen, Lagen oder Färbungen werden wiedererkannt & von anderen Figuren unterschieden
↳ Anordnungen der Geraden unterschiedlich

* **räumliche Orientierung** = Standort & räumliche Beziehung zwischen Objekten erkennen & verstehen → Wie liegen die Geraden?

* **Figur-Grund-Unterscheidung** = Gegenstände erkennen und im Raum orientieren → Gestaltung & Wahrnehmung arithmetischer Veranschaulichung

Probeklausur – Aufgabe 1

- c) Welche **Objektbegriffe, Eigenschaftsbegriffe und Relationsbegriffe** können Kinder bei der Aufgabe lernen? (3 Punkte)

Zur Erinnerung:

Objektbegriffe umfassen die ebenen und räumlichen Objekte, die durch konkrete Gegenstände oder Modelle repräsentiert werden können. Jeder Objektbegriff steht für eine Klasse von Elementen, die gemeinsame Eigenschaften besitzen.

Eigenschaftsbegriffe werden zum Definieren von weiteren Begriffen – meist Unterbegriffen – benutzt, indem ein Oberbegriff durch Festlegen von Eigenschaften wieder in Klassen unterteilt wird. Damit können als Eigenschaftsbegriffe auch Bezeichnungen für Objekte auftreten.

Relationsbegriffe beschreiben Beziehungen zwischen geometrischen Objekten. Bei den in der Geometrie verwendeten Relationsbegriffen handelt es sich um Beziehungen von Figuren innerhalb der gleichen Klasse.

- a) Die 3 Geraden schneiden sich nicht.
- b) Die 3 Geraden schneiden sich einmal.
- c) Die 3 Geraden schneiden sich zweimal.
- d) Die 3 Geraden schneiden sich dreimal.

c) Objektbegriffe: Gerade, Dreieck (bei Aufgabe 2 d des Schulbuchs)

Eigenschaftsbegriffe: gerade, eckig (2d)

Relationsbegriffe: ist parallel zu, ist genau so lang wie, schneidet

c) Objekt: Gerade, Winkel, Parallele, Schnittpunkt

Eigenschaft: schneidet sich, waagrecht, senkrecht, unendlich

Relation: ist parallel zu, ist senkrecht zu

Probeklausur – Aufgabe 1

- d) Mit welchem **Zeichengerät** (außer Bleistift) würden Sie die Kinder die Aufgabe lösen lassen?
Begründen Sie kurz und nennen Sie zudem eine Schwierigkeit, die beim Umgang mit dem Zeichengerät beim Lösen der Aufgabe auftreten kann. (2 Punkte)

Zur Erinnerung:

Lineal

- Anlegen und halten des Lineals
- Zeichnen entlang der Kante
- Umgang mit Maßskala

Geodreieck

- Zeichnen paralleler und senkrechter Linien
- Erkennen und verwenden der Maßeinteilung

Zirkel

- Wichtig: Qualität des Zirkels
- Mandalas

d) Geodreieck, da sich damit am besten die parallelen Geraden und Senkrechte genau einzeichnen lassen. Umgang sollte jedoch bereits bekannt sein.

Eine Schwierigkeit stellt dabei der Umgang mit den parallelen Linien da, da diese genau angelegt werden müssen, da es sonst zu ungenauen Ergebnissen kommen kann.

Dies könnte sich als schwierig erweisen, weil viele Angaben auf dem Geodreieck verloren könnten.

d) andere Stifte (Füllstift, Füller, dicker Buntstift)

Begr. Darstellung der Geraden in anderen Farben möglich

Unterstützt erkennen v. Figur-Grund-Untersch.

Schwierigkeit: häufige breite Linien oder Verwischen, sodass der Schnittpunkt nicht als Punkt erscheint, sondern wie ein ganzer Abschnitt der Geraden

d) Ich würde die Aufgabe mithilfe eines Geodreiecks lösen lassen, da bei der Aufgabe 2a parallele Geraden gezeichnet werden müssen, die beispielsweise ohne Kästchenpapier mit einem Lineal schwierig zu zeichnen wären, da man keine Linien als Orientierung hätte.

Eine Schwierigkeit bei dem Geodreieck könnte das gleichzeitige Festhalten während dem Zeichnen sein, sodass es nicht verrutscht.

d) Ich würde die Kinder die Aufgabe mit einem Lineal lösen lassen, da sie durch das Entlangzeichnen an der Kante des Lineals gerade Linien zeichnen können. Außerdem müssen sie (nicht verpflichtend) parallele 2 senkrechte Linien zeichnen. Eine mögliche Schwierigkeit wäre das Verrutschen des Lineals, weshalb die Linien nicht mehr gerade wären.

02 - Entwicklung räumlicher Fähigkeiten

Ich kann...

- ☐ die 6 Komponenten visueller Wahrnehmung benennen und beschreiben.
- ☐ die 4 Komponenten der Raumvorstellung benennen und beschreiben.
- ☐ erläutern, welche Komponenten der visuellen Wahrnehmung und der Raumvorstellung ein Kind benötigt, um eine bestimmte Aufgabe lösen zu können.
- ☐ an einem Beispiel erläutern, was Kopfgeometrie ist.
- ☐ die 4 Variationen von Kopfgeometrieaufgaben nennen und beschreiben sowie Aufgabenbezogen denkbare Hilfestellungen nennen.
- ☐ Potenziale des Einsatzes Kopfgeometrischer Aufgaben nennen.
- ☐ erläutern, worin sich Kopfgeometrie und Kopfrechnen unterscheiden.
- ☐ Aufgaben zur Förderung räumlicher Fähigkeiten lösen und angewendete Lösungsstrategien beschreiben und reflektieren.

Kommt noch: Aufgabe 4

Ich kann...

- ☐ „Begriff“ definieren.
- ☐ die Speicherung von handlungsbezogenem, bildhaft bzw. sprachlich-begrifflich repräsentiertem Wissen beschreiben und Konsequenzen für den Unterricht ableiten.
- ☐ erläutern, wann ein Begriff vom Kind verstanden ist.
-  ☐ Arten geometrischer Begriffe (nach Franke) nennen und zuordnen.
- ☐ die Stufen des Van-Hiele-Modells nennen und beschreiben.
- ☐ Schülerlösungen in das Van-Hiele-Modell einordnen.
- ☐ Potenziale und Grenzen des Van-Hiele-Modells nennen.
- ☐ Die Stufen des Modells zur Begriffsgewinnung im Unterricht nennen und auf Unterrichtsinhalte anwenden.
- ☐ Zentrale Grundgedanken zur Begriffsbildung in der Grundschule beschreiben und auf Unterrichtsinhalte anwenden.

Kommt noch:
Aufgabe 2

Ich kann...

- ☐ dreidimensionale Objekte mit Projektionen (insbesondere Dreitafelprojektion und Schrägbilder) darstellen und konstruieren.
- ☐ Eigenschaften sowie Vor- und Nachteile verschiedener Darstellungen nennen.
- ☐ Zeichenhilfen zur räumlichen Darstellung geometrischer Körper im Geometrieunterricht sowie deren Potenziale und Grenzen nennen.
- ☐ Konsequenzen für den Geometrieunterricht ableiten.
-  ☐ Arten des Zeichnens ebener Figuren beschreiben und Zeichenwerkzeuge der Grundschule charakterisieren.
- ☐ Konstruieren und Zeichnen charakterisieren.
- ☐ Grund- und Standardkonstruktionen mit Zirkel und Lineal nennen, erzeugen und passende Konstruktionsbeschreibungen anfertigen sowie lesen und realisieren.
- ☐ Aspekte zur didaktischen Bedeutung von Konstruktionsaufgaben und des Anfertigens von Konstruktionsbeschreibungen nennen.
- ☐ Baupläne von Würfelgebäuden anfertigen, lesen und realisieren.

Probeklausur – Aufgabe 2

2 Aufgabe 2: Ebene Figuren (Vierecke)

10 Punkte

Flex und Flo haben Vierecke sortiert.

Setze den passenden Fachbegriff ein und schreibe die Texte in dein Heft.

Viereck Trapez Quadrat Parallelogramm Rechteck

a) Ein ____ ist ein Viereck, bei dem mindestens zwei Seiten parallel sind.

b) Ein ____ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang sind. Die Seiten sind senkrecht zueinander und bilden vier rechte Winkel.

c) Ein ____ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang sind.

d) Ein ____ hat immer vier Ecken und vier Seiten.

e) Ein ____ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und alle Seiten gleich lang sind. Die Seiten sind senkrecht zueinander und bilden vier rechte Winkel.

Überlegt gemeinsam: Welche Aussagen stimmen? Schreibt diese in eure Hefte.

a) Jedes Quadrat ist ein Viereck. b) Jedes Viereck ist ein Quadrat.

c) Jedes Parallelogramm ist ein Trapez. d) Jedes Rechteck ist ein Trapez.

e) Ein Trapez ist immer ein Parallelogramm. f) Jedes Quadrat ist ein Rechteck.

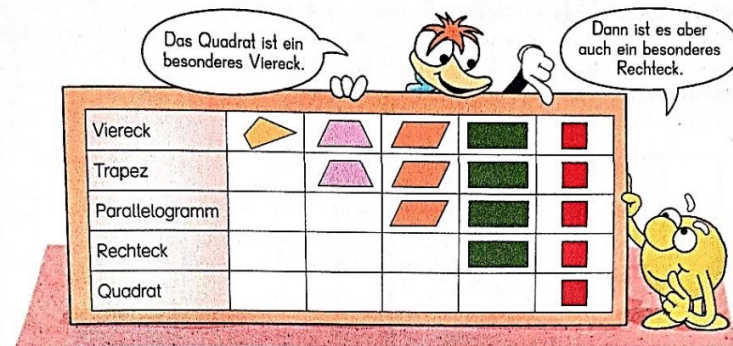
g) Jedes Quadrat ist auch ein Rechteck, ein Parallelogramm, ein Trapez und ein Viereck. h) Trapez und Parallelogramm sind keine Vierecke.

Abbildung aus: Flex und Flo Mathematik 4 – Geometrie Themenheft, Diesterweg

- Auf welcher **Niveaustufe des van-Hiele-Modells** müssen sich Kinder mindestens befinden, um diese Schulbuchaufgaben lösen zu können? Begründen Sie. (2 Punkte)
- Skizzieren Sie das **Haus der Vierecke**. Welche Systematik liegt dem von Ihnen skizzierten Haus der Vierecke zu Grunde? Begründen Sie Ihre Anordnung kurz. (6 Punkte)
- Welche Stufen sollte der **Lernprozess zum Thema „Ebene Figuren“** (hier am Beispiel des Vierecks) umfassen und wie könnte obige Schulbuchaufgabe in den Lernprozess eingeordnet werden? (2 Punkte)

Probeklausur – Aufgabe 2

Flex und Flo haben Vierecke sortiert.



Setze den passenden Fachbegriff ein und schreibe die Texte in dein Heft.

- Viereck Trapez Quadrat Parallelogramm Rechteck
- a) Ein ___ ist ein Viereck, bei dem mindestens zwei Seiten parallel sind.
- b) Ein ___ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang sind. Die Seiten sind senkrecht zueinander und bilden vier rechte Winkel.
- c) Ein ___ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang sind.
- d) Ein ___ hat immer vier Ecken und vier Seiten.
- e) Ein ___ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und alle Seiten gleich lang sind. Die Seiten sind senkrecht zueinander und bilden vier rechte Winkel.

Überlegt gemeinsam: Welche Aussagen stimmen? Schreibt diese in eure Hefte.

- a) Jedes Quadrat ist ein Viereck. b) Jedes Viereck ist ein Quadrat.
c) Jedes Parallelogramm ist ein Trapez. d) Jedes Rechteck ist ein Trapez.
e) Ein Trapez ist immer ein Parallelogramm. f) Jedes Quadrat ist ein Rechteck.
g) Jedes Quadrat ist auch ein Rechteck, ein Parallelogramm, ein Trapez und ein Viereck. h) Trapez und Parallelogramm sind keine Vierecke.

Abbildung aus: Flex und Flo Mathematik 4 – Geometrie Themenheft, Diesterweg

- a) Auf welcher **Niveaustufe des van-Hiele-Modells** müssen sich Kinder mindestens befinden, um diese Schulbuchaufgaben lösen zu können? Begründen Sie. (2 Punkte)

2) a) Auf der 2. Niveaustufe (geometrisch-abstrahierendes Denken), da Klasseninklusionen wie „Jedes Quadrat ist ein Viereck“ hergestellt bzw. verstanden werden müssen (auf der 1. Stufe noch nicht möglich). Zudem gewinnen Definitionen an Bedeutung.

a) Für die erste Aufgabe (a) müssen sich die Jys mindestens auf der 1. Niveaustufe: dem geometrisch-analytischenden Denken befinden, da diese das Erkennen der Eigenschaften der Figuren voraussetzt, sodass das Sortieren erfolgen kann. → Sortieren nach Eigenschaften → Beschreiben von Figuren nach Eigenschaften

Für den Teil b ist die Stufe 2: das geometrisch-abstrahierendes Denken erforderlich, da dabei nicht nur Eigenschaften zugeordnet werden müssen, sondern auch Beziehungen zwischen den Objekten erkannt werden sollten. → Um herauszufinden welche Aussagen stimmen → z.B. jedes Quadrat ist ein Rechteck

Zur Erinnerung:

Das van-Hiele-Modell

0. Niveaustufe: Räumlich-anschauungsgebundenes Denken

- Figuren werden als Ganzes erfasst
- Geometrische Bezeichnungen werden erlernt
- Zeichnen mit Schablonen
- Denken weitgehend an Hantieren mit Material gebunden
- Dadurch werden nach und nach Eigenschaften haptisch erfahrbar.

1. Niveaustufe: Geometrisch-analysierendes Denken

- Erfassen von Eigenschaften der Objekte, bspw. Seiten beim Quadrat sind gleich lang
- Beziehungen zwischen Eigenschaften noch nicht vorhanden, bspw. „Jedes Quadrat ist ein Rechteck“ geht noch nicht
- Arbeiten auf diesem Niveau (z. B.):
 - Sortieren von Formen nach Eigenschaften
 - Prüfen von Eigenschaften an Objekten
 - Beschreiben von Figuren über Eigenschaften



2. Niveaustufe: Geometrisch-abstrahierendes Denken

- Beziehungen zwischen Eigenschaften herstellen
- Klasseninklusionen werden verstanden, bspw. Quadrat ist ein Rechteck
- Definitionen gewinnen an Bedeutung
- Beispiele für Arbeiten:
 - Haus der Vierecke
 - Klassifizieren von Dreiecken
 - Vergleichen von geometrischen Körpern nach Gesichtspunkten

3. Niveaustufe: Geometrisch-schlussfolgerndes Denken

- Geometrische Theoriebildung wird erkannt
- Definitionen, Sätze, Beweise
- Logisch-mathematisches Denken

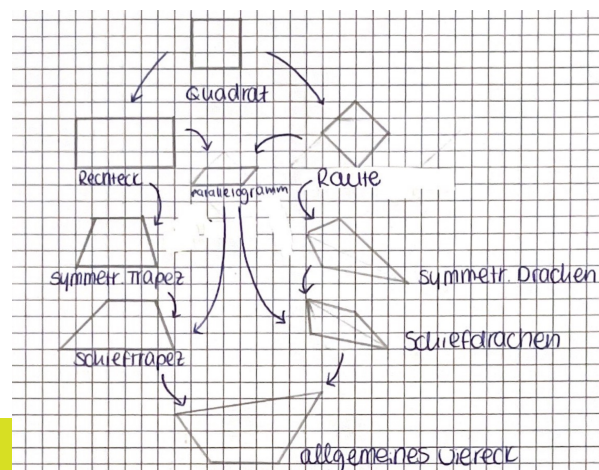
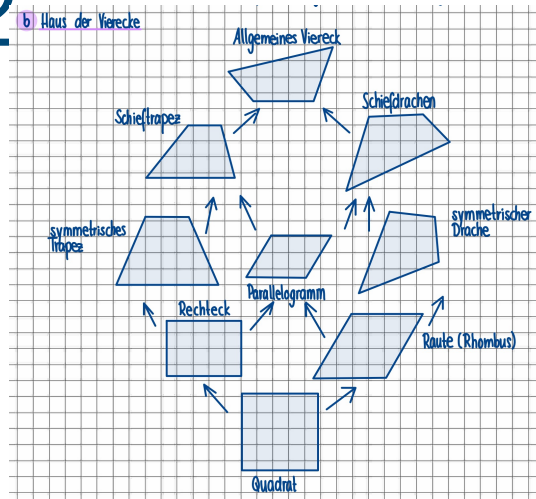
4. Niveaustufe: Strenge, abstrakte Geometrie

- Sätze werden zu Axiomensystemen zusammengefasst
- Vergleichen von Axiomensystemen

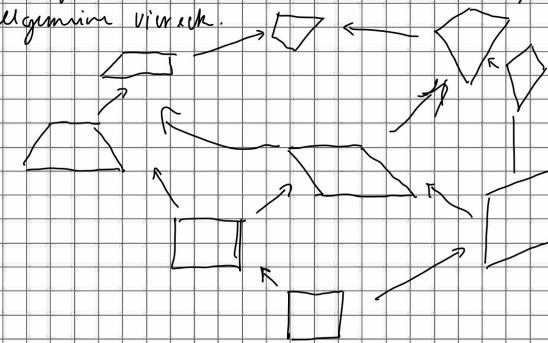
Probeklausur – Aufgabe 2

- b) Skizzieren Sie das **Haus der Vierecke**. Welche Systematik liegt dem von Ihnen skizzierten Haus der Vierecke zu Grunde? Begründen Sie Ihre Anordnung kurz. (6 Punkte)

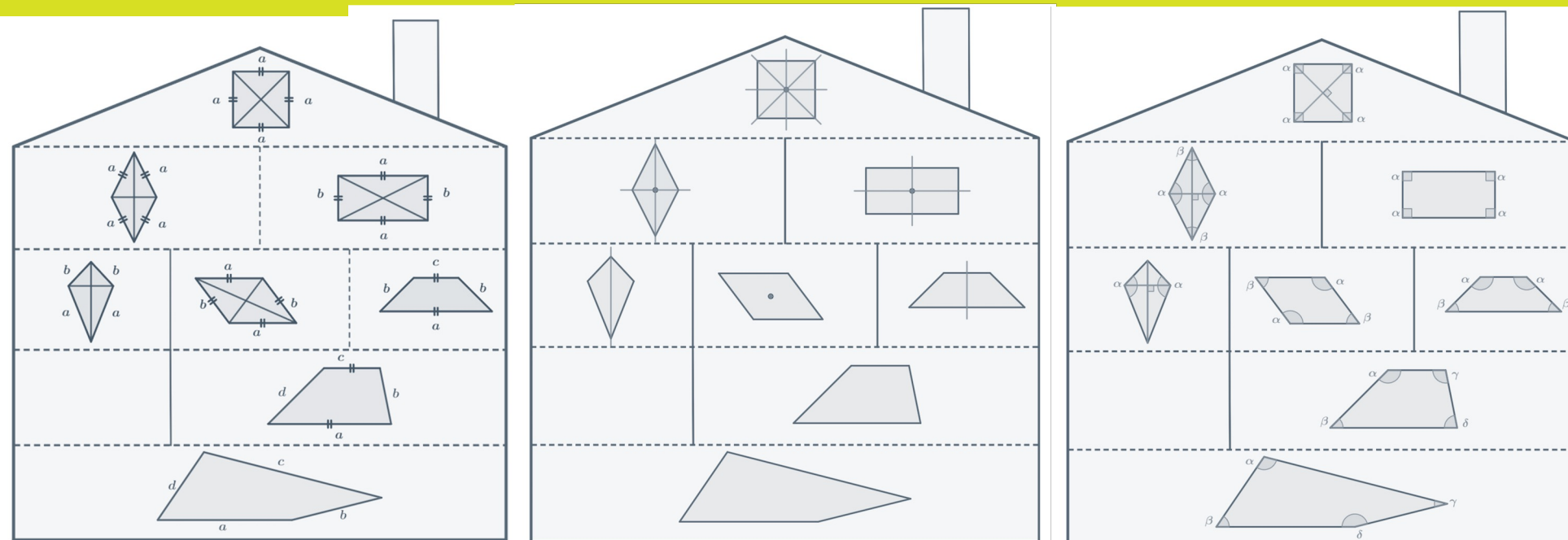
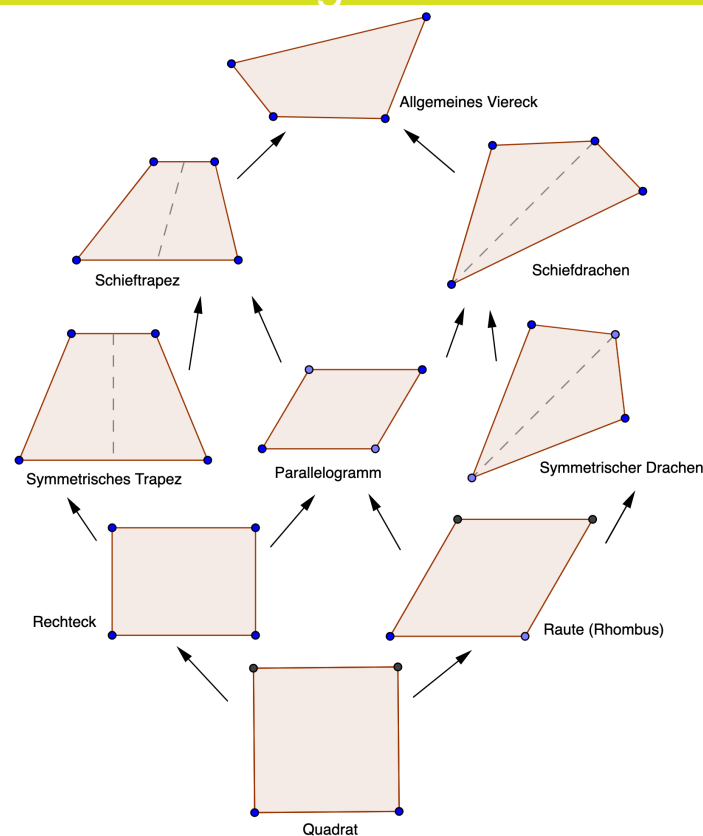
b) Ganz oben ist das Quadrat, dieses ist einzigartig und quasi das idealisierte Viereck. Ein Quadrat ist aber immer auch ein Rechteck und eine Raute, diese stehen also auf einer Ebene. Ein Rechteck ist immer auch ein symmetrisches Trapez und ein Parallelogramm. Die Raute ist immer auch ein symmetrischer Drachenzug und ebenfalls ein Parallelogramm. Diese drei Figuren bilden die nächste Ebene. Danach folgen die jeweiligen Schief-Figuren, welche beide auch ein allgemeines Viereck sind. So ergeben sich 5 Ebenen. Rechts vom Quadrat verändert sich die Parallelität und der Winkel der gegenüberliegenden Seite bleibt gleich. Auf der linken Seite vom Quadrat bleibt, dass mindestens zwei Seiten parallel sind, aber die Winkel ändern sich.



- b) Das Viereck mit den meisten Eigenschaften ist das Quadrat. Seine Seiten sind alle gleich lang und alle Innenwinkel sind rechte Winkel. Unter-Kategorien sind das Rechteck, bei welchem die gegenüberliegenden Seiten nur noch gleich lang sein müssen und der Winkel, bei welchem nur noch die gegenüberliegenden Winkel gleich groß sein müssen. Vom Rechteck aus gehen gibt es die Unterkategorie gleichschenkeliges Trapez, bei welchem nur noch zwei Seiten parallel sind und die nicht-parallel Seiten gleich lang sind. Darauf folgend ist es beim schiefen Trapez so, dass es nur noch zwei parallele Seiten geben muss. Die Unterkategorie der Raute ist der Drachenzug, welcher jeweils zwei gleich lange Seiten an einem stumpfen Winkel und zwei gleich lange Seiten an einem gegenüberliegenden spitzen Winkel hat. Der schiefe Drachenzug als Unterkategorie muss nur noch einen spitzen und einen stumpfen Winkel, welche sich gegenüberliegen, besitzen. Als gemeinsame Unterkategorie von Raute und Rechteck gibt es das Parallelogramm, bei welchem alle gegenüberliegenden Seiten parallel sind und alle gegenüberliegenden Winkel gleich groß sind. Die allgemeinste Form ist das allgemeine Viereck.



Zur Erinnerung:



Probeklausur – Aufgabe 2

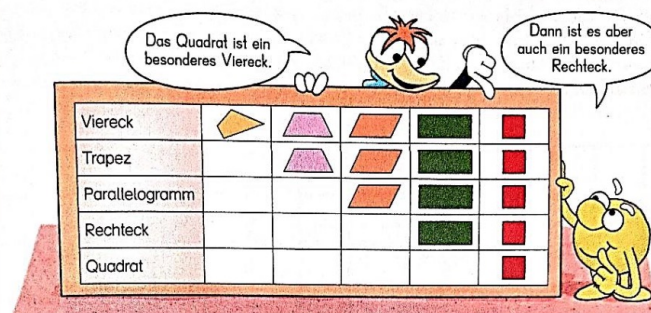
- c) Welche Stufen sollte der **Lernprozess zum Thema „Ebene Figuren“** (hier am Beispiel des Vierecks) umfassen und wie könnte obige Schulbuchaufgabe in den Lernprozess eingeordnet werden? (2 Punkte)

Zur Erinnerung:

Der Lernprozess sollte von den vorschulischen Erfahrungen der Kinder ausgehen:

1. Geometrische Figuren in der Umgebung suchen
2. Erzeugen von Figuren
→ Erste Eigenschaften der Figuren werden erkannt
3. Zielgerichtetes Untersuchen der Figuren, Ordnen und Sortieren, Variieren, Verändern
4. Anwenden der Eigenschaften beim Herstellen, Identifizieren oder Überprüfen, ob eine Figur dazugehört oder nicht

Flex und Flo haben Vierecke sortiert.



Setze den passenden Fachbegriff ein und schreibe die Texte in dein Heft.

Viereck Trapez Quadrat Parallelogramm Rechteck

- Ein ___ ist ein Viereck, bei dem mindestens zwei Seiten parallel sind.
- Ein ___ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang sind. Die Seiten sind senkrecht zueinander und bilden vier rechte Winkel.
- Ein ___ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang sind.
- Ein ___ hat immer vier Ecken und vier Seiten.
- Ein ___ ist ein Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und alle Seiten gleich lang sind. Die Seiten sind senkrecht zueinander und bilden vier rechte Winkel.

Überlegt gemeinsam: Welche Aussagen stimmen? Schreibt diese in eure Hefte.

- Jedes Quadrat ist ein Viereck.
- Jedes Viereck ist ein Quadrat.
- Jedes Parallelogramm ist ein Trapez.
- Jedes Rechteck ist ein Trapez.
- Ein Trapez ist immer ein Parallelogramm.
- Jedes Quadrat ist ein Rechteck.
- Jedes Quadrat ist auch ein Rechteck, ein Parallelogramm, ein Trapez und ein Viereck.
- Trapez und Parallelogramm sind keine Vierecke.

Abbildung aus: Flex und Flo Mathematik 4 – Geometrie Themenheft, Diesterweg

c) Stufen des Lernprozesses:

- 1 - Geometrische Figuren in der Umgebung suchen
↳ Vierecke im Klassenzimmer suchen (Tafel, Plakate,...)
- 2 - Erzeugen von Figuren & Erkennen erster Merkmale
Vierecke basteln, kneten, nachspuren
- 3 - Zielgerichtetes Untersuchen der Figuren
↳ verschiedene Vierecke anhand Seitenlänge, Art der Winkel untersuchen & in Bereiche einordnen
- 4 - Anwenden der Eigenschaften beim Herstellen, Identifizieren & Überprüfen, ob Figur dazugehört
↳ Aussage überprüfen

Die obige Schulbuchaufgabe könnte in die 4. Stufe des Lernprozesses eingeordnet werden, da aufgrund der Eigenschaften das jeweilige Viereck identifiziert werden soll.

Ich kann...

- 
- ☐ beschreiben, welche Stufen der Lernprozess zum Thema „Ebene Figuren“ beinhalten sollte und Lern-/ Spielsituationen ableiten, die ein Durchlaufen dieses Prozesses ermöglichen.
 - ☐ Lernsituationen beschreiben, die Kinder beim ganzheitlichen Erfassen geometrischer Grundformen unterstützen.
 - ☐ formulieren, was Kinder am Ende der 4. Klasse über den Kreis und das Dreieck wissen sollten.
 - ☐ Lernsituationen beschreiben, die das Erzeugen von Kreisen und Dreiecken, das Entdecken charakteristischer Eigenschaften und das vertiefende Erkunden ermöglichen.
 - ☐ „Kreis“ sowie wichtige Begriffe in diesem Zusammenhang (Sehne, Sekante, Tangente, Passante) definieren.
 - ☐ „Dreieck“ definieren sowie wichtige Begriffe in diesem Zusammenhang (Winkel, Winkeltypen, Innenwinkel) und charakteristische Eigenschaften nennen (Innenwinkelsumme).
 - ☐ Dreiecke nach Seitenlängen und Innenwinkeln klassifizieren.
 - ☐ Begründen, dass jedes gleichseitige Dreieck gleichschenkelig ist.
 - ☐ Besondere Linien am Dreieck nennen, definieren und konstruieren (falten) (Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende, Höhe) und deren Schnittpunkte benennen (Umkreismittelpunkt, Inkreismittelpunkt, Schwerpunkt, Höhenschnittpunkt)
 - ☐ Umkreis und Inkreis eines Dreiecks konstruieren und begründen, warum die Konstruktion funktioniert.
 - ☐ Lernsituationen mit Tangram beschreiben, die das Erzeugen von Vierecken, das Entdecken charakteristischer Eigenschaften und das vertiefende Erkunden ermöglichen.

06 - Ebene Figuren II & Räumliche Objekte

Ich kann...

- ☐ Das Haus der Vierecke zeichnen, die Vierecksarten definieren und die Beziehungen zueinander beschreiben.
- ☐ Lernsituationen mit Quadratmehrlingen beschreiben, die das Erzeugen von Vierecken, das Entdecken charakteristischer Eigenschaften und das vertiefende Erkunden ermöglichen.
- ☐ entscheiden, welche Vierecke einen Umkreis oder Inkreis haben.
- ☐ Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Bauen mit heterogenem Material und das freie Bauen mit homogenem Material sowie das Bauen mit homogenem Material nach Vorgabe ermöglichen.
- ☐ Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Ordnen und Sortieren sowie das Erkennen und Unterscheiden von Körpern ermöglichen.
- ☐ Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel definieren.
- ☐ Eigenschaften von Körpern (Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen) benennen und die Arbeit mit Steckbriefen sowie mit realen Gegenständen beschreiben.
- ☐ Verschiedene Arten von Körpermodellen beschreiben und unterscheiden.
- ☐ Eigenschaften von Körpernetzen nennen und alle Netze zu einem Körper finden.
- ☐ Lernsituationen zu Körpermodellen und Körpernetzen beschreiben und didaktisch einordnen.

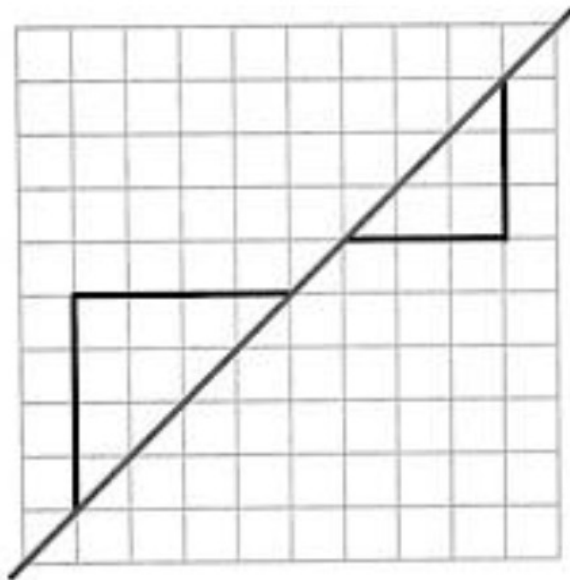
Kommt noch: Aufgabe 4

3 Aufgabe 3: Symmetrien

10 Punkte	
-----------	--

Hinweis: in Anlehnung an eine Altklausuraufgabe.

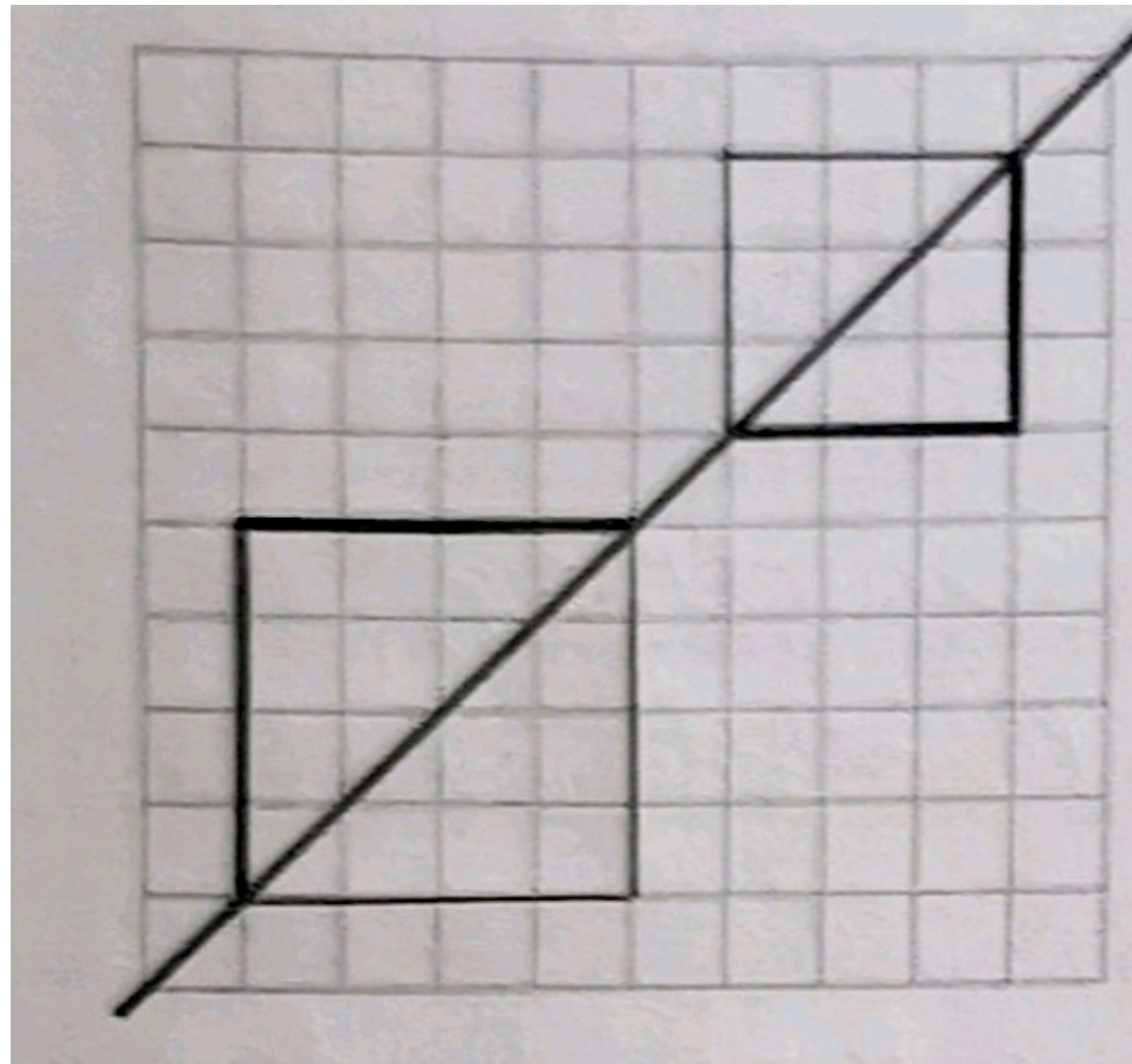
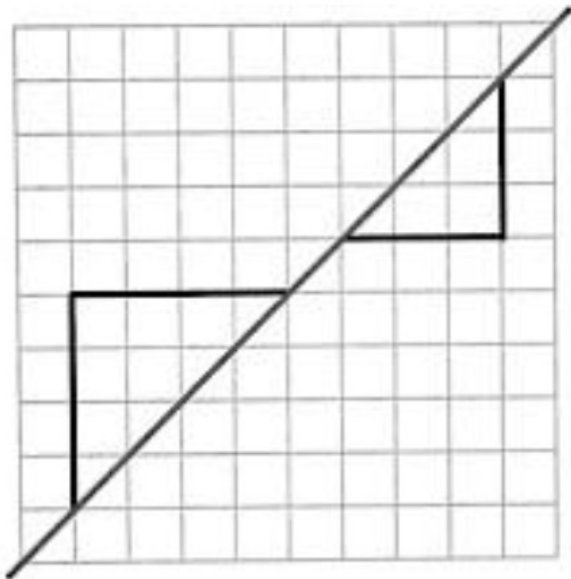
- a) Ergänzen Sie die abgebildete Figur **symmetrisch**. (1 Punkt)



- b) Bestimmen Sie den **Schwierigkeitsgrad der Aufgabe** bezüglich der Lage, der Ausrichtung, der Anzahl der Symmetrieachsen und der Form der Ergänzungen. (4 Punkte)
- c) Gestalten Sie aus der von Ihnen symmetrisch ergänzten Figur ein **Bandornament**. (1 Punkt)
- d) Besitzt Ihr Bandornament eine **Längsspiegelung, Querspiegelung, Drehsymmetrie oder Verschiebung**? Zeichnen Sie die nötigen Symmetrieachsen, den eventuellen Verschiebungspfeil oder einen Drehpunkt in Ihr Bandornament ein und beschriften diese. (4 Punkte)

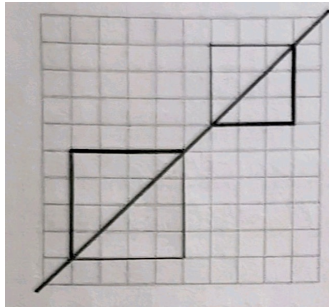
Probeklausur – Aufgabe 3

a) Ergänzen Sie die abgebildete Figur **symmetrisch**. (1 Punkt)



Probeklausur – Aufgabe 3

- b) Bestimmen Sie den **Schwierigkeitsgrad der Aufgabe** bezüglich der Lage, der Ausrichtung, der Anzahl der Symmetrieachsen und der Form der Ergänzungen. (4 Punkte)



Zur Erinnerung:

Steigerung der Ansprüche in den bereitgestellten Aufgaben

- **Lage der Symmetrieachse:** innerhalb → außerhalb
- **Ausrichtung der Symmetrieachse:** vertikal → horizontal → diagonal
- **Ergänzungen auf beiden Seiten der Symmetrieachse:** eine Hälfte der symmetrischen Figur gegeben → auf beiden Seiten der Symmetrieachse sind Ergänzungen vorzunehmen
- **Steigerung der Anzahl von Symmetrieachsen:** verschiedenste Figuren zu einem bestimmten Thema auf ihre (Mehrfach-)Symmetrie untersuchen

3)b) Lage: Eher einfach, da sich die Symmetrieachse innerhalb der Figur befindet.

Ausrichtung: Eher schwierig, da die Symmetrieachse diagonal ausgerichtet ist.

Anzahl: Eher einfach, da nur eine Symmetrieachse vorgegeben ist.

Form der Ergänzungen: Eher einfach, da nur auf einer Seite der Symmetrieachse Ergänzungen vorzunehmen sind. Jedoch müssen Dreiecke ergänzt werden, was den Schwierigkeitsgrad steigert.

b) - Lage der Symmetrieachsen : innerhalb der Figur ⇒ einfach

- Ausrichtung Symmetrieachse : diagonal → schwierig

- Anzahl Symmetrieachse : jeweils 1 ⇒ einfach

- Form der Ergänzung : Dreieck → einfach

Insgesamt lässt sich die Aufgabe als leichte Aufgabe einstufen, da es nur eine Symmetrieachse gibt, die symmetrieachse innerhalb der Figur liegt und die Form der Ergänzung ein Dreieck ist, welches schon seit Klasse 1/2 bekannt ist.

Probeklausur – Aufgabe 3

Zur Erinnerung:

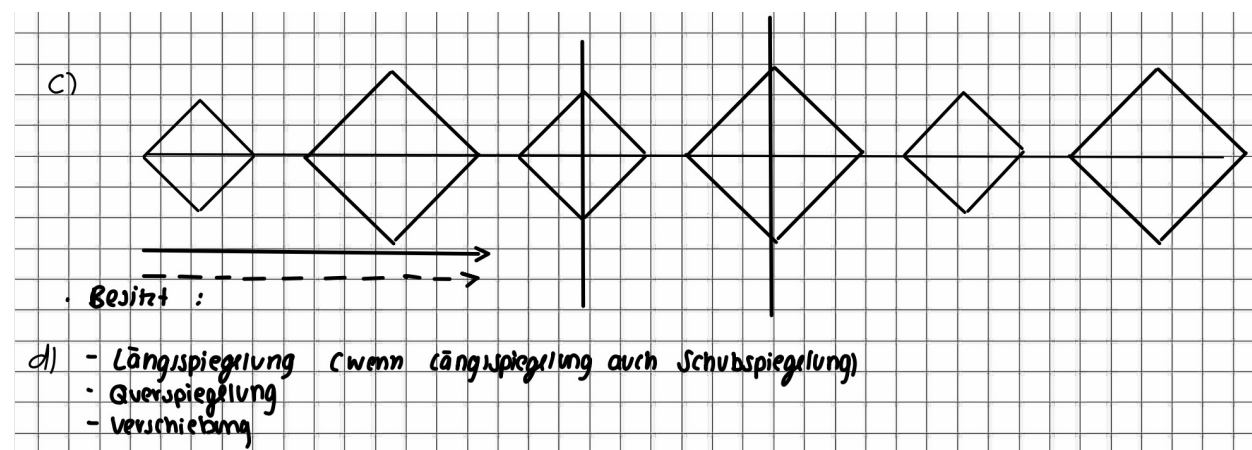
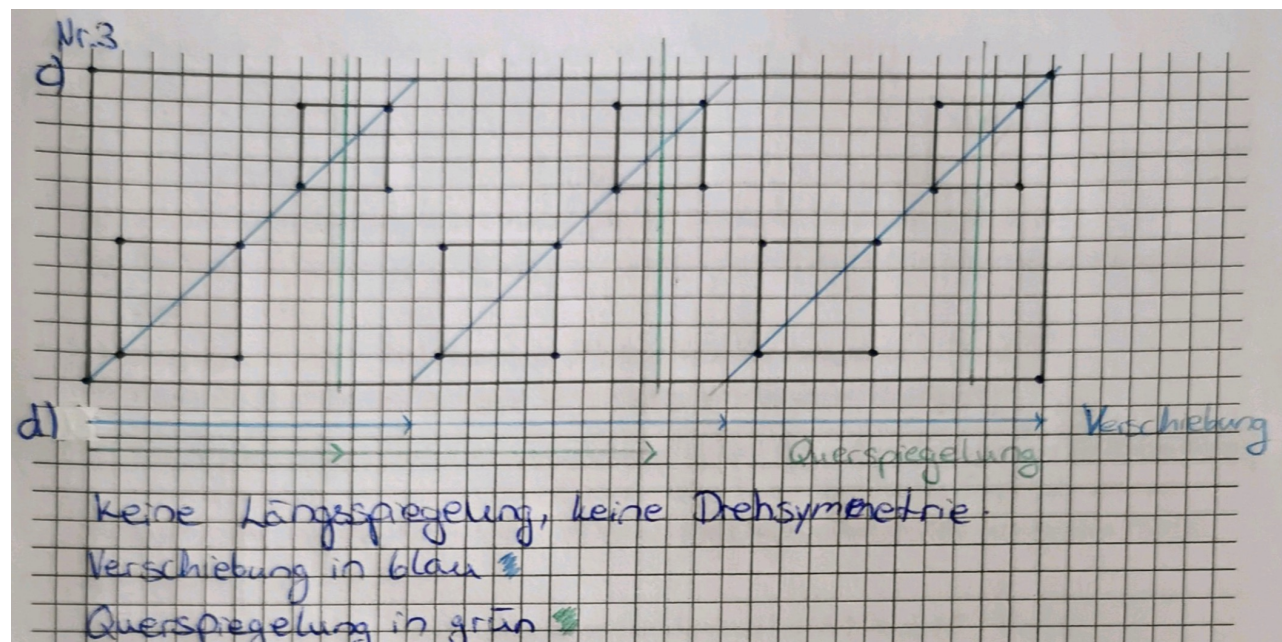
Bandornamente

Bandornamente (auch Streifenornamente genannt) sind Figuren, in denen ein Motiv nach beiden Seiten mit jeweils gleichem Abstand periodisch wiederholt wird. Die **Grundfigur** ist dabei jeweils der kleinste Teil, mit dem man durch Verschiebung das Ornament fortsetzen kann.

- Typ 1: V
- Typ 2: V, Q
- Typ 3: V, L, S
- Typ 4: V, P
- Typ 5: V, Q, L, P, S
- Typ 6: V, S
- Typ 7: V, Q, P, S

- Verschiebung parallel zum Streifen (V)
- Längsspiegelung als Spiegelung an der Mittellinie (L)
- Querspiegelung als Spiegelung an beliebigen Achsen senkrecht zum Bandornament (Q)
- Punktspiegelung an Punkten der (Längs-) Mittellinie (P)
- Schubspiegelung mit der Mittellinie als Achse (S)

- c) Gestalten Sie aus der von Ihnen symmetrisch ergänzten Figur ein **Bandornament**. (1 Punkt)
- d) Besitzt Ihr Bandornament eine **Längsspiegelung, Querspiegelung, Drehsymmetrie oder Verschiebung**? Zeichnen Sie die nötigen Symmetriearchsen, den eventuellen Verschiebungspfeil oder einen Drehpunkt in Ihr Bandornament ein und beschriften diese. (4 Punkte)



Ich kann...

- ☐ Symmetrie im Alltag erkennen und Anknüpfungspunkte für den Unterricht ableiten.
- ☐ „Abbildung“, „Fixgerade“, „Fixpunkt“, „Fixpunktgerade“ definieren.
- ☐ „Achsenspiegelung“, „Verschiebung“, „Drehung“, „Punktspiegelung“ und „Identität“ definieren, Bildpunkte unter den jeweiligen Abbildungen konstruieren, Eigenschaften der Abbildungen nennen und begründen, warum bestimmte Eigenschaften erfüllt sind/ nicht erfüllt sind.
- ☐ „Kongruenzabbildung“ definieren und erkennen, ob es sich bei einer Abbildung um eine Kongruenzabbildung handelt oder nicht.
- ☐ Kongruenzabbildungen aus Achsenspiegelungen aufbauen.
- ☐ „symmetrisch“ und „Deckabbildung“ definieren und Deckabbildungen ebener Figuren erkennen und Verknüpfungstafeln erstellen.
- ☐ Zugänge zur Achsensymmetrie beschreiben und beurteilen und Lernsituationen mit einer Steigerung der Ansprüche in den bereitgestellten Aufgaben entwickeln.

Ich kann...

- ☐ Zugänge zur Drehsymmetrie beschreiben und beurteilen und Lernsituationen mit einer Steigerung der Ansprüche in den bereitgestellten Aufgaben entwickeln.
 - ☐ beschreiben, was „Muster“, „Bandornamente“ und „Parkette“ auszeichnet.
 -  ☐ Die 7 Typen von Bandornamenten beschreiben und Bandornamente den Typen zuordnen.
 - ☐ „Platonische Parkettierung“ und „Archimedische Parkettierung“ definieren und in Parkettierungen erkennen.
 - ☐ Die „Knabbertechnik“ und das „Drehverfahren“ beschreiben und anwenden.
 - ☐ Lernsituationen zu den Themen „Muster“, „Bandornamente“ und „Parkette“ erstellen.
-

Ich kann...

- ☐ Falten und Konstruieren zueinander in Beziehung setzen.
 - ☐ Intentionen des Faltens im Mathematikunterricht nennen und erläutern, inwiefern inhaltliche und prozessbezogene Kompetenzen durch das Falten gefördert werden können.
 - ☐ Grundtechniken des Faltens nennen und ausführen.
 - ☐ Lernsituationen zum Entdecken geometrischer Figuren durch das Falten beschreiben und erstellen.
 - ☐ Lernsituationen zum Entdecken von Symmetrie durch das Falten (z.B. Symmetrie an Papierfliegern) beschreiben und erstellen.
 - ☐ fünf Arten von Faltanleitungen sowie wichtige Aspekte beim Anleiten von Faltaufgaben beschreiben und anwenden.
-

4 Aufgabe 4: Räumliche Objekte (Körper, Kopfgeometrie)

10 Punkte	
-----------	--

- a) Wie viele verschiedene **Würfelnetze** gibt es? Skizzieren Sie diese! (2 Punkte)
- b) Beschreiben Sie eine Möglichkeit, diese gemeinsam mit den Kindern **systematisch zu finden**! (2 Punkte)
- c) Beschreiben Sie die **drei Phasen kopfgeometrischer Aufgaben**. (1 Punkt)
- d) Folgende Kopfgeometrieaufgabe kann man zu Würfelnetzen einsetzen:

Wie ihr wisst, hat ein Würfel sechs quadratische Flächen. Wir wollen überlegen, wie die Netze eines Würfels aussehen, wenn ich den Würfel entlang seiner Kanten zerschneide. Dazu habe ich euch quadratische Pappstückchen mitgebracht. Versucht mit Nachdenken so viele verschiedene Würfelnetze wie möglich zu finden.

Um welche **Variation von Kopfgeometrieaufgaben** handelt es sich? (1 Punkt)

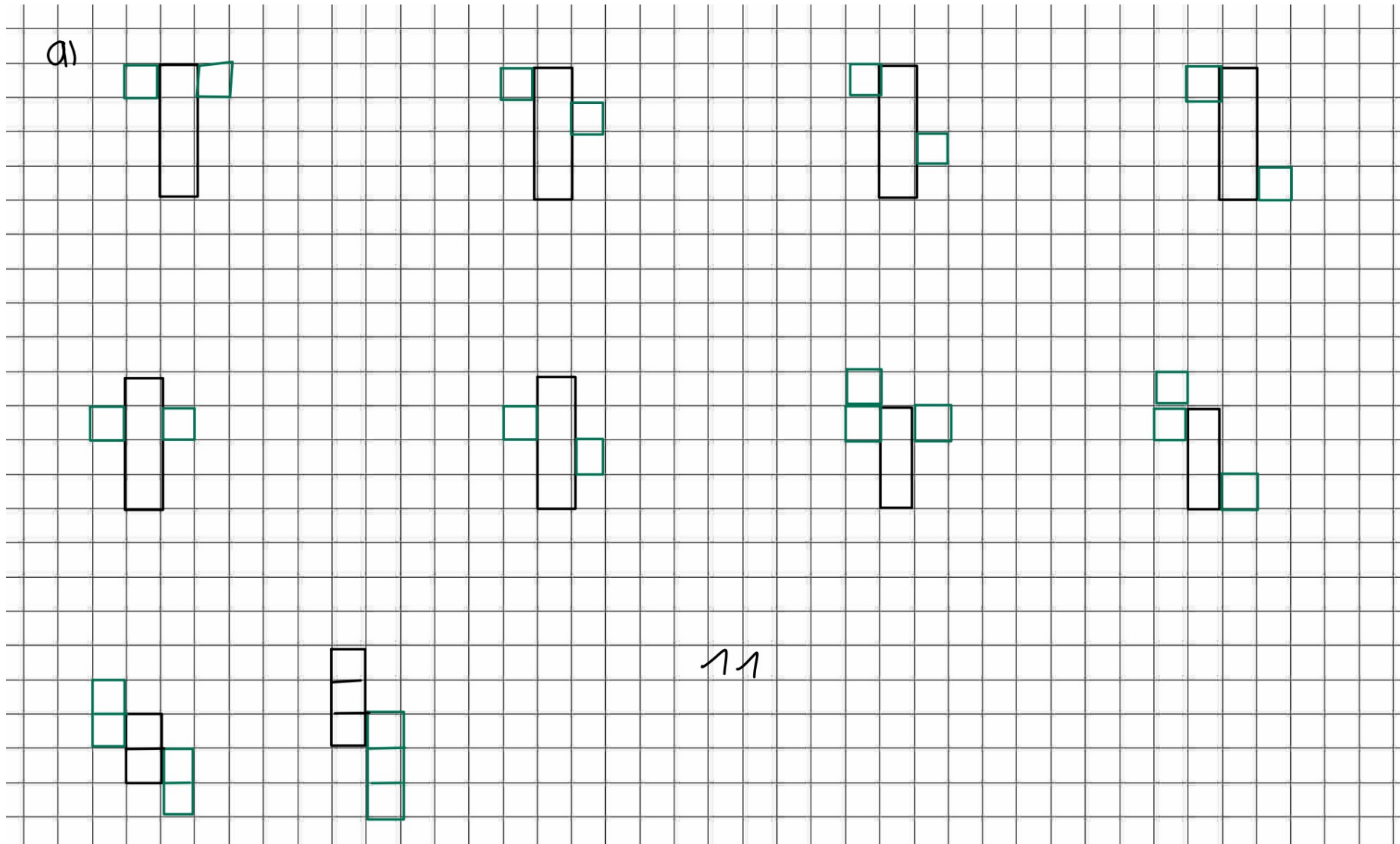
- e) Warum ist **Kopfgeometrie** nicht mit **Kopfrechnen** zu vergleichen? (2 Punkte)
- f) Der Grundschüler Paul sagt:

„Rate welchen Körper ich meine: er hat eine ungerade Anzahl von Kanten und Flächen.“

An welchen **Körper** könnte Paul gedacht haben? Begründen Sie. (2 Punkte)

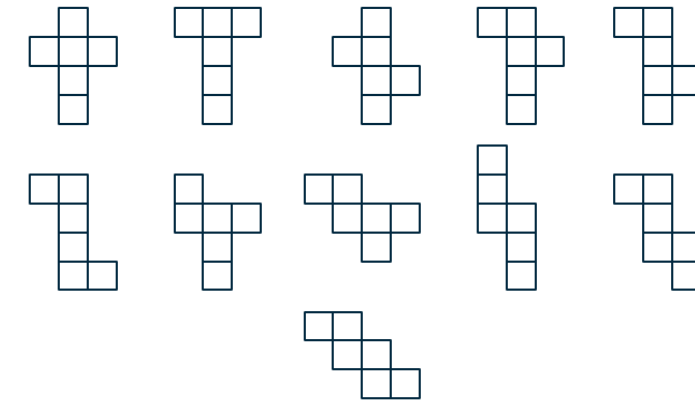
Probeklausur – Aufgabe 4

a) Wie viele verschiedene **Würfelnetze** gibt es? Skizzieren Sie diese! (2 Punkte)



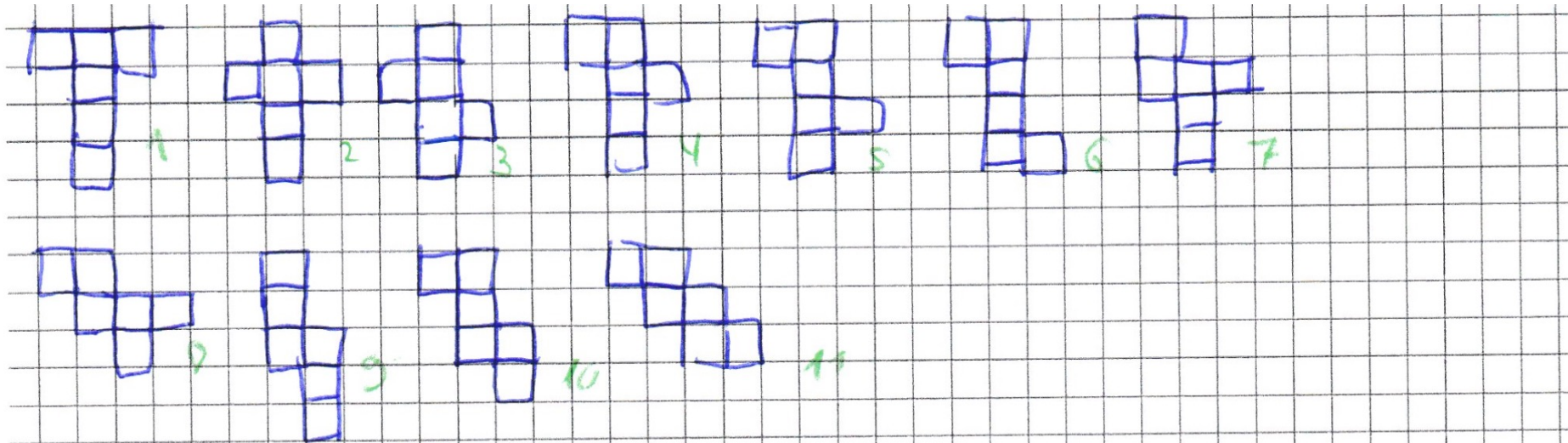
Zur Erinnerung:

Würfelnetze



Probeklausur – Aufgabe 4

- b) Beschreiben Sie eine Möglichkeit, diese gemeinsam mit den Kindern **systematisch zu finden!** (2 Punkte)



b) ausgehen von einer Anordnung von „4 Kästchen“

→ Strategisches Überprüfen der 2 fehlenden Fläche
= ergibt 1, 2, 3, 4, 5, 6

→ danach ausgehen von  + fehlende 3
Fläche ansetzen → 7, 8, 9, 10

→ zum Schluss gleiches Vorgehen ausgehend von 
⇒ 11

Seite 9 von 12

Zur Erinnerung:

Würfelnetze

- Würfelnetze bestehen aus sechs aneinanderhängenden kongruenten Quadratflächen.
- Die Flächen sind so angeordnet, dass sie sich zu einem Würfel zusammenfalten lassen.
- Würfelnetze entstehen durch
 - Aufschneiden und Auseinanderklappen eines Würfels
 - Abrollen und Umfahren eines Würfels
 - Zusammensetzen und Falten von kongruenten Quadraten



Finden Sie weitere Würfelnetze!
Wie viele Würfelnetze gibt es?

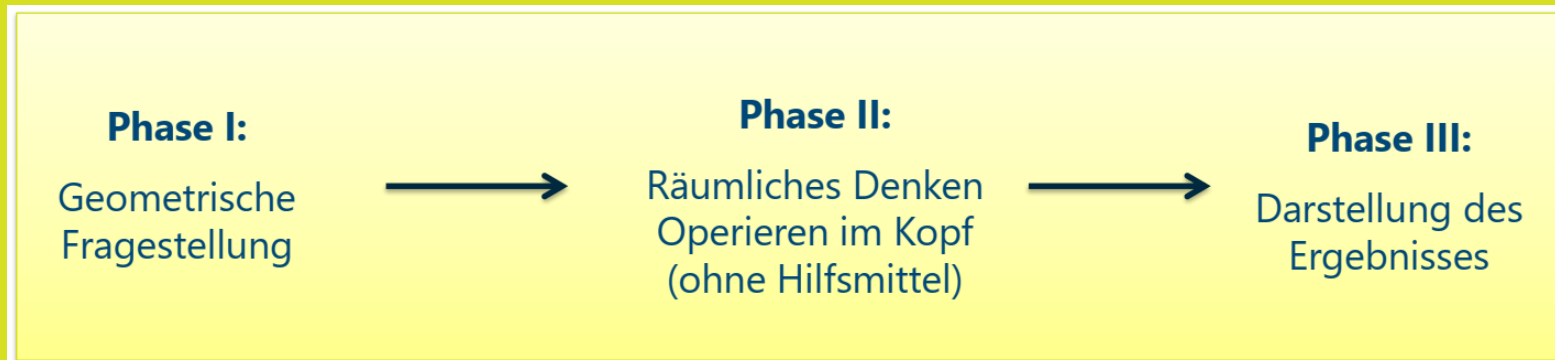
Franke & Reinhold (20

3. Erkläre Anna, warum die anderen Netze keine echten Würfelnetze sind.

Bei diesem Würfelnetz sind zwei Flächen frei und zwei werden sich doppelt.
Man kann sie nicht zu klappen.
Bei dem hier sind eins doppelt und eins ist frei. In die Mitte kann man nicht zu klappen.

Probeklausur – Aufgabe 4

Zur Erinnerung:



c) Beschreiben Sie die **drei Phasen kopfgeometrischer Aufgaben**. (1 Punkt)

c) In der ersten Phase erfolgt die geometrische Fragestellung durch die Lehrperson. In der zweiten Phase erfolgt das räumliche Denken und das Operieren im Kopf (ohne Hilfsmittel) der Lernenden. In der dritten Phase erfolgt die Darstellung des Ergebnisses durch die Lernenden.

- c
1. Phase: geometrische Fragestellung
 2. Phase: räumliches Denken, Operieren im Kopf (ohne Hilfsmittel)
 3. Phase: Darstellung des Ergebnisses

Probeklausur – Aufgabe 4

Zur Erinnerung:



Variation 3: Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase III



Variation 4: Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase I und III



d) Folgende Kopfgeometrieaufgabe kann man zu Würfelnetzen einsetzen:

Wie ihr wisst, hat ein Würfel sechs quadratische Flächen. Wir wollen überlegen, wie die Netze eines Würfels aussehen, wenn ich den Würfel entlang seiner Kanten zerschneide. Dazu habe ich euch quadratische Pappstückchen mitgebracht. Versucht mit Nachdenken so viele verschiedene Würfelnetze wie möglich zu finden.

Um welche **Variation von Kopfgeometrieaufgaben** handelt es sich? (1 Punkt)

d) Variation 1, da die Lehrperson die geometrische Fragestellung verbalisiert, wodurch die SuS durch räumliches Denken, Vorstellen und Operieren im Kopf, das Ergebnis seiner Überlegungen verbalisiert. Die Lehrperson hat zwar quadratische Pappstücke dabei, bezieht diese allerdings nicht mit ein.

d)
Kopfgeometrie mit Hilfsmittel in Phase 1 & 3
↳ Erklärung d. Frage mit den Pappstücken
↳ Erläuterung d. SuS in Phase 3 auch unter Zuhilfenahme dieser

Wie ihr wisst, hat ein Würfel sechs quadratische Flächen. Wir wollen überlegen, wie die Netze eines Würfels aussehen, wenn ich den Würfel entlang seiner Kanten zerschneide. Versucht mit Nachdenken so viele verschiedene Würfelnetze wie möglich zu finden. Zum Beschreiben eurer Lösungen habe ich euch quadratische Pappstückchen mitgebracht.

Probeklausur – Aufgabe 4

e) Warum ist **Kopfgeometrie** nicht mit **Kopfrechnen** zu vergleichen? (2 Punkte)

e) Bei der Kopfgeometrie steht der Prozess (Wie?) im Fokus.

Bei dem Kopfrechnen steht das Produkt (Was?) im Fokus.

e) Beim Kopfrechnen geht es darum, arithmetische Aufgaben im Kopf zu lösen und durch Übung zu automatisieren, damit sie sofort abrufbar sind. Bei der Kopfgeometrie steht nicht die Automatisierung im Fokus, sondern das Problemlösen geometrischer Aufgaben.

Probeklausur – Aufgabe 4

Zur Erinnerung:

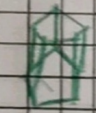
f) Der Grundschüler Paul sagt:

„Rate welchen Körper ich meine: er hat eine ungerade Anzahl von Kanten und Flächen.“

An welchen **Körper** könnte Paul gedacht haben? Begründen Sie. (2 Punkte)

f) Es könnte ein Dreiecksprisma sein, da dieses 5 Flächen und 9 Kanten hat.

f) Er dachte bestimmt an ein Prisma mit dreieckiger Grundfläche, da dieses 9 Kanten sowie 5 Flächen hat. Jedoch würde sich auch jedes weitere Prisma anbieten mit einem ungeraden n -Eck als Grundfläche. Da dann immer die Kanten und Flächen ungerade sein müssen. Ein n -Eck, das $n \cdot 3 = \text{ungerade (Kanten)}$ und $n + 2 = \text{ungerade (Flächen)}$ ergibt.



06 - Ebene Figuren II & Räumliche Objekte

Ich kann...

- ☐ Das Haus der Vierecke zeichnen, die Vierecksarten definieren und die Beziehungen zueinander beschreiben.
- ☐ Lernsituationen mit Quadratmehrlingen beschreiben, die das Erzeugen von Vierecken, das Entdecken charakteristischer Eigenschaften und das vertiefende Erkunden ermöglichen.
- ☐ entscheiden, welche Vierecke einen Umkreis oder Inkreis haben.
- ☐ Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Bauen mit heterogenem Material und das freie Bauen mit homogenem Material sowie das Bauen mit homogenem Material nach Vorgabe ermöglichen.
- ☐ Lernsituationen beschreiben und didaktisch einordnen, die das Ordnen und Sortieren sowie das Erkennen und Unterscheiden von Körpern ermöglichen.
- ☐ Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel definieren.
- ☐ Eigenschaften von Körpern (Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen) benennen und die Arbeit mit Steckbriefen sowie mit realen Gegenständen beschreiben.
- ☐ Verschiedene Arten von Körpermodellen beschreiben und unterscheiden.
-  ☐ Eigenschaften von Körpernetzen nennen und alle Netze zu einem Körper finden.
-  ☐ Lernsituationen zu Körpermodellen und Körpernetzen beschreiben und didaktisch einordnen.

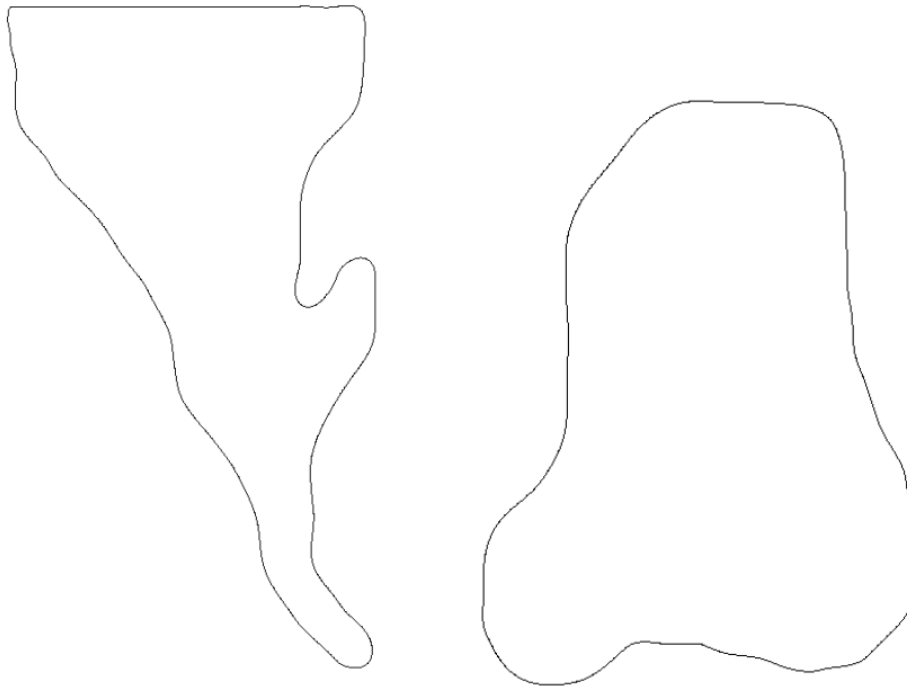
12 - Längen, Flächen & Volumina II

Ich kann...

-  ☐ Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel definieren.
 - ☐ herausfinden, ob zwei Objekte den gleichen Rauminhalt haben und mein Vorgehen begründen.
 - ☐ Das Prinzip von Cavalieri beschreiben und anwenden.
 - ☐ Das Volumen und Oberflächeninhalt von Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel bestimmen und mein Vorgehen begründen.
-

5 Aufgabe 5: Messen

10 Punkte	
-----------	--



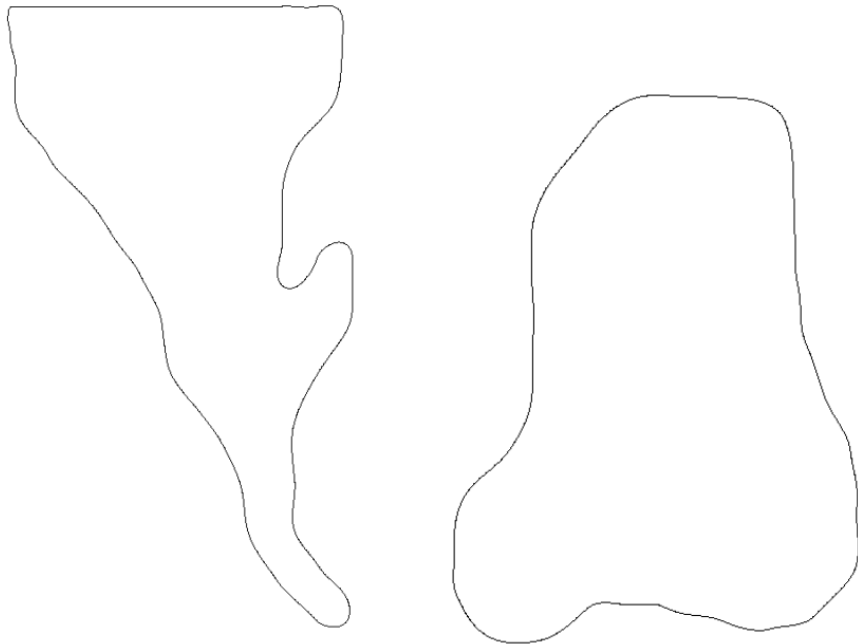
Wie kann man den **Flächeninhalt** und den **Umfang** der beiden Figuren vergleichen?

Hinweis: Gehen Sie in der gesamten Aufgabe sowohl auf den Flächeninhalt als auch auf den Umfang ein!

- a) Formulieren Sie den Zusammenhang zwischen der Idee des **Messens** und der Aufgabe! (2 Punkte)
- b) Verdeutlichen Sie anhand der Aufgabe, was es heißt
 - i. direkt zu vergleichen, (2 Punkte)
 - ii. indirekt zu vergleichen mit einer selbst gewählten Vergleichsgröße, (2 Punkte)
 - iii. indirekt zu vergleichen mit einer geometrischen Maßeinheit. (2 Punkte)
- c) Welche **Schwierigkeiten** können beim Bearbeiten der Aufgabe auftreten? Nennen Sie **zwei** und beschreiben Sie, wie Sie Kinder mit diesen Schwierigkeiten unterstützen würden. (2 Punkte)

Probeklausur – Aufgabe 5

10 Punkte



Zur Erinnerung:

Messen erfolgt durch Vergleichen des zu messenden Objekts mit einer als Maßeinheit gewählten Größe der gleichen Art.

Wie kann man den **Flächeninhalt** und den **Umfang** der beiden Figuren vergleichen?

Hinweis: Gehen Sie in der gesamten Aufgabe sowohl auf den Flächeninhalt als auch auf den Umfang ein!

- a) Formulieren Sie den Zusammenhang zwischen der Idee des **Messens** und der Aufgabe! (2 Punkte)

a) Die Idee des Messens ist, dass man verschiedene Größen/Längen durch ausmessen vergleichen kann. Die Aufgabe zeigt völlig verschiedene Figuren, welche es zu vergleichen gilt, somit muss gemessen werden.

a) Der Zusammenhang zwischen der Idee des Messens und der Aufgabe besteht im Vergleichen. Es sollen die beiden Figuren miteinander verglichen werden und der Vergleichsaspekt ist einer der wichtigsten Aspekte des Messens.

Probeklausur – Aufgabe 5

b) Verdeutlichen Sie anhand der Aufgabe, was es heißt

- i. direkt zu vergleichen, (2 Punkte)
- ii. indirekt zu vergleichen mit einer selbst gewählten Vergleichsgröße, (2 Punkte)
- iii. indirekt zu vergleichen mit einer geometrischen Maßeinheit. (2 Punkte)

b) i. beide Figuren ausschneiden und übereinander legen und dadurch direkt vergleichen ohne eine dritte Komponente hinzunehmen.

ii) Ein drittes Objekt als Vergleichsgröße heranziehen

Umfang: durch Schnur → mit dieser kann der Umfang einer Figur ermittelt werden, dieser ermittelte Umfang kann nun mit Hilfe der Schnur mit dem der anderen Figur verglichen werden

Flächeninhalt: Auslegen mit Plättchen → wieviele Plättchen passen in welche Figur?

iii) als dritte Vergleichsgröße eine standardisierte und geometrische Vergleichsgröße

Umfang: Maßband → damit lässt sich der Umfang möglichst genau ermitteln

Flächeninhalt: Auslegen mit Einheitsquadraten (hier kann außer Acht gelassen werden)

- Wieviele Einheitsquadrate passen hinein
- Arbeiten mit unterschiedlichen Größen, um möglichst genau den Flächeninhalt abschätzen zu können.

Zur Erinnerung:

Lernstufen bei der Behandlung von Größen

1. Direkter Vergleich von Objekten

2. Indirekter Vergleich von Objekten

- mit Hilfe einer selbstgewählten Vergleichsgröße
- mit Hilfe einer selbstgewählten Maßeinheit

3. Indirekter Vergleich von Objekten mit einer geometrischen standardisierten Maßeinheit

Probeklausur – Aufgabe 5

- c) Welche **Schwierigkeiten** können beim Bearbeiten der Aufgabe auftreten? Nennen Sie **zwei** und beschreiben Sie, wie Sie Kinder mit diesen Schwierigkeiten unterstützen würden. (2

Punkte)

- c) 1. Kinder verwechseln Flächeninhalt und Umfang → vor Bearbeitung der Aufgabe die beiden Begriffe deutlich und anschaulich voneinander abgrenzen
2. Messgerät (z.B. Lineal) wird falsch benutzt, z.B. nicht am Nullpunkt angelegt → Messgeräte ausführlich mit den Kindern thematisieren und Einsatz üben

- c)
- 1) Unklarheit über den Unterschied zw. Flächeninhalt und Umfang
- ↳ Anmalen lassen d. Fläche innerhalb der Umrandung = Flächeninhalt
 - ↳ Einen Faden auf die Linie kleben = Umfang
 - ↳ Verdeutlichung: Umfang begrenzt die Fläche
2. Mangelnde Ideen / Hilfsmittel zum Vorgehen
- ↳ Beraten stellen versch. Hilfsmittel, jedoch ohne festzulegen, wofür diese verwendet werden sollen (Schere, Steine, Würfel, Zahnstocher, Mais / Bohnen / Linse / Erbsen, etc.)

Zur Erinnerung:

Messen von Längen

- In Klasse 2 Messen mit Meter und Zentimeter, ab Klasse 3 auch Millimeter
- Kennenlernen unterschiedlicher Messgeräte
- Schwierigkeiten beim Messen
 - Messgerät muss am Nullpunkt angelegt werden
 - Skala auf Vorder- und Rückseite
 - Skala in anderen Einheiten
 - Maßzahl ist nicht vermerkt oder ungenaue Kennzeichnung
 - Messgerät ist für zu messendes Objekt ungeeignet

Flächeninhalte

- Erfahrungen zu den Begriffen Flächen und Flächeninhalt sind unscharf
- Umgangssprachlich meint Fläche sowohl den Linienzug zur Begrenzung einer Fläche als auch die Fläche innerhalb der Begrenzungslinie
- Notwendigkeit konkreter Erfahrungen in der Grundschule
- nicht auf Grundlage von Formeln, sondern zunächst auf enaktiver und ikonischer Ebene

Ich kann...

- ☐ Aspekte und Kontexte des Messens nennen und beschreiben.
- ☐ die Lernstufen bei der Behandlung von Größen nennen und bei der Gestaltung von Lernsituationen nutzen.
- ☐ Lernsituationen zum Erarbeiten von Einheiten der Länge und zum Messen von Längen beschreiben und erstellen.
- ☐ herausfinden, ob zwei Flächen den gleichen Flächeninhalt haben und mein Vorgehen begründen.
- ☐ Lernsituationen zum direkten Vergleichen von Flächen sowie zum indirekten Vergleichen von Flächen (durch zerlegen und Zusammensetzen oder durch Auslegen) beschreiben und erstellen.
- ☐ Satz und Kehrsatz formulieren (z.B. Satz des Thales).
- ☐ Den Satz des Pythagoras formulieren und inhaltlich-anschaulich beweisen.

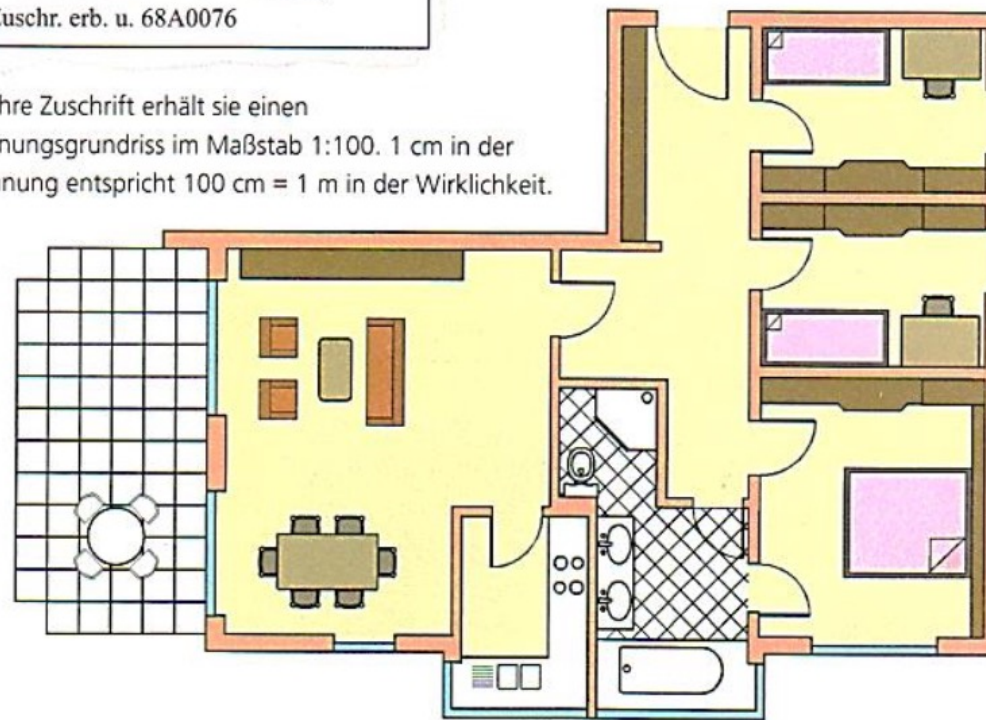
Übungsbogen 13

1 Aufgabe 1: Wohnungsgrundriss (10 Punkte)

1 Familie Fallenstein sucht eine Wohnung. Sie liest diese Anzeige:

Gepfl. 4 Zimmer, Küche, Bad, Terrasse, in
5-Familienhaus, Wfl. ca. 90 m², frei ab 1. 6.,
Miete 640 Euro + NK + Kaution,
Zuschr. erb. u. 68A0076

Auf ihre Zuschrift erhält sie einen
Wohnungsgrundriss im Maßstab 1:100. 1 cm in der
Zeichnung entspricht 100 cm = 1 m in der Wirklichkeit.



Quelle: Zahlenbuch 4, S. 63

1. Welche Aufgaben könnten Sie stellen? Entwickeln Sie eine Aufgabe zu den Themenbereichen **Messen** und eine zum Themenbereich **Maßstab**. (2 Punkte)
2. Bearbeiten Sie Ihre in 1. entwickelten Aufgaben – **wie gehen Sie vor?** Wie messen Sie (direkt, indirekt, ...?) und welche Berechnungen führen Sie durch? (4 Punkte)
3. Erstellen Sie auch eine Aufgabe zur **Volumenmessung**, die thematisch zu Ihren bereits entwickelten Aufgaben passt. Lösen Sie auch diese Aufgabe und Beschreiben Sie Ihren Lösungsweg. (4 Punkte)

2 Aufgabe 2: Koordinatensystem, Maßstab (10 Punkte)

1. Zeichnen Sie in ein **Koordinatensystem** ein Dreieck mit den Punkten $A = (0|0)$, $B = (2|0)$ und $C = (0|4)$. (1 Punkt)
2. Welchen **Flächeninhalt** hat das Dreieck? Beschreiben Sie Ihren Lösungsweg. (2 Punkte)
3. **Spiegeln** Sie das Dreieck an der y-Achse. Welche Koordinaten erhalten Sie für A' , B' und C' ? Wie lassen sich Bildpunkte **allgemein** bei einer Spiegelung an der y-Achse beschreiben? (3 Punkte)
4. Erzeugen Sie ein zu $A'B'C'$ ähnliches Dreieck im **Maßstab 2:1**. Welchen **Flächeninhalt** hat dieses Dreieck? Beschreiben Sie Ihren Lösungsweg. (4 Punkte)

Ich kann...

- ☐ erläutern, wann zwei Figuren ähnlich sind.
 - ☐ Lernsituationen zum Anregen reflektierter Handlungen zum Erzeugen von ähnlichen Figuren erstellen.
 - ☐ „Maßstab“ definieren und Anwendungsaufgaben zum Thema Maßstab lösen und erstellen.
 - ☐ „Kartesisches Koordinatensystem“ definieren und Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen mittels Koordinaten beschreiben.
-

Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit und Mitarbeit
und bis nächsten Dienstag
bei der Klausur!

Viel Erfolg! 

