

Theoretische Physik Ia

Rechenmethoden der Mechanik – Tutorium 05

Stimmungsbild

Spickzettel

Stimmungsbild

1. Motivation, Spaß?



2. Positives beim Start ins Studium

- Das fand ich toll...

3. Schwierigkeiten beim Studienstart:

- Hier hat es gehakt...
- Tipps & Tricks

4. Unterschiede zur Schule

1. Austausch in Kleingruppen

2. Stichwortartige Rückmeldung

Spickzettel/Gedächtnisstütze

- Sinn und Zweck?
- Inhalt?
- Positive Nebeneffekte?

Spickzettel/Gedächtnisstütze

- Sinn und Zweck?
- Positive Nebeneffekte?
- Inhalt:
 - Formales: Definitionen, Sätze...
 - Beispiele: Musterlösungen, Ansätze...

Spickzettel/Gedächtnisstütze

- Sinn und Zweck?
- Positive Nebeneffekte?
- Inhalt:
 - Formales: Definitionen, Sätze...
 - Beispiele: Musterlösungen, Ansätze...

In der Klausur: 1 Blatt A4 handschriftlich

Spickzettel entwerfen:

Wesentliches aus Kapiteln 1 & 2 aufschreiben

Spickzettel/Gedächtnisstütze: mein Beispiel aus WS23/24

Ableitung

Quotientenregel: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Kettenregel: $(f \circ g)' = f'(g) \cdot g'$

Quotientenregel: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Umlaufzeit: $(f^{-1})' = -\frac{f'(x)}{f(x)}$

Integral

Integration: $\int f(x) dx = F(x) + C$

Integration: $\int f(x) dx = F(x) + C$

Integration: $\int f(x) dx = F(x) + C$

Satz von Taylor

Taylorpolynom: $T_n(f, x_0) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k$

Wichtige Ableitungen

$\arcsin' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arccos' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arctan' = \frac{1}{1+x^2}$

Stationäre Punkte

Stationäre Punkte: $\nabla f(x,y,z) = 0$

Stationäre Punkte: $\nabla f(x,y,z) = 0$

Extremum mit NB

Extremum mit NB: $\nabla f(x,y,z) = 0$

Extremum mit NB: $\nabla f(x,y,z) = 0$

Jacobi-Determinante

Jacobi-Determinante: $J(f,g,h) = \det \begin{pmatrix} f_x & f_y & f_z \\ g_x & g_y & g_z \\ h_x & h_y & h_z \end{pmatrix}$

Skalarprodukt

Skalarprodukt: $\langle u, v \rangle = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

Skalarprodukt: $\langle u, v \rangle = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

Spezialprodukt

Spezialprodukt: $a \times b = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Spezialprodukt: $a \times b = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Oberflächenintegral

Oberflächenintegral: $\int_S f(x,y,z) dA = \int_D f(x(u,v), y(u,v), z(u,v)) \sqrt{EG} du dv$

Oberflächenintegral: $\int_S f(x,y,z) dA = \int_D f(x(u,v), y(u,v), z(u,v)) \sqrt{EG} du dv$

Vektorielles Oberflächenintegral

Vektorielles Oberflächenintegral: $\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} = \int_D \mathbf{F}(x(u,v), y(u,v), z(u,v)) \cdot \begin{pmatrix} -x_u y_v + x_v y_u \\ x_u z_v - x_v z_u \\ y_u z_v - y_v z_u \end{pmatrix} du dv$

Vektorielles Oberflächenintegral: $\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} = \int_D \mathbf{F}(x(u,v), y(u,v), z(u,v)) \cdot \begin{pmatrix} -x_u y_v + x_v y_u \\ x_u z_v - x_v z_u \\ y_u z_v - y_v z_u \end{pmatrix} du dv$

Satz von Gauss

Satz von Gauss: $\int_V \text{div} \mathbf{F} dV = \int_{\partial V} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dA$

Satz von Gauss: $\int_V \text{div} \mathbf{F} dV = \int_{\partial V} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dA$

Satz von Stokes

Satz von Stokes: $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \text{rot} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A}$

Satz von Stokes: $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \text{rot} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A}$

DGL-Systeme

DGL-Systeme: $\mathbf{y}' = \mathbf{A}(x) \mathbf{y} + \mathbf{b}(x)$

DGL-Systeme: $\mathbf{y}' = \mathbf{A}(x) \mathbf{y} + \mathbf{b}(x)$

Lösungen

Lösungen: $\mathbf{y}(x) = \mathbf{y}_h(x) + \mathbf{y}_p(x)$

Lösungen: $\mathbf{y}(x) = \mathbf{y}_h(x) + \mathbf{y}_p(x)$

Vektorraum

Vektorraum: V ist ein $\mathbb{K}$ -Vektorraum, wenn V eine $\mathbb{K}$ -Lineare Abbildung ist, die V in V abbildet.

Vektorraum: V ist ein $\mathbb{K}$ -Vektorraum, wenn V eine $\mathbb{K}$ -Lineare Abbildung ist, die V in V abbildet.

Linearkombination

Linearkombination: $\sum_{i=1}^n \alpha_i v_i$

Linearkombination: $\sum_{i=1}^n \alpha_i v_i$

Aufspann/Lineare Hülle/Erzeugnis

Aufspann/Lineare Hülle/Erzeugnis: $\text{span}(V) = V$

Aufspann/Lineare Hülle/Erzeugnis: $\text{span}(V) = V$

Erzeugendensystem

Erzeugendensystem: $\text{span}(V) = V$

Erzeugendensystem: $\text{span}(V) = V$

Basen

Basen: $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ ist Basis von V , wenn alle $v \in V$ auf genau eine Weise als Linearkombi. von B entstehen.

Basen: $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ ist Basis von V , wenn alle $v \in V$ auf genau eine Weise als Linearkombi. von B entstehen.

Matrix

Matrix: $M \in \mathbb{R}^{n \times m}$

Matrix: $M \in \mathbb{R}^{n \times m}$

Rotationsmatrix

Rotationsmatrix: $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

Rotationsmatrix: $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

Matrixrechnung

Matrixrechnung: $(AB)_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$

Matrixrechnung: $(AB)_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$

Addition

Addition: $(A+B)_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

Addition: $(A+B)_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

Multiplikation

Multiplikation: $(AB)_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$

Multiplikation: $(AB)_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$

Spur

Spur: $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$

Spur: $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$

Einheitsmatrix

Einheitsmatrix: $E_n = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{pmatrix}$

Einheitsmatrix: $E_n = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{pmatrix}$

Transponierte

Transponierte: $(A^T)_{ij} = a_{ji}$

Transponierte: $(A^T)_{ij} = a_{ji}$

Inverse

Inverse: $A^{-1} A = A A^{-1} = E_n$

Inverse: $A^{-1} A = A A^{-1} = E_n$

Basenwechsel

Basenwechsel: $B' = B \cdot S$

Basenwechsel: $B' = B \cdot S$

Eigenwertproblem

Eigenwertproblem: $A v = \lambda v$

Eigenwertproblem: $A v = \lambda v$

Eigenraum

Eigenraum: $E_\lambda = \{v \in V \mid A v = \lambda v\}$

Eigenraum: $E_\lambda = \{v \in V \mid A v = \lambda v\}$

Eigenwerte

Eigenwerte: $\det(A - \lambda E_n) = 0$

Eigenwerte: $\det(A - \lambda E_n) = 0$

Orthogonale Matrix

Orthogonale Matrix: $S^{-1} = S^T$

Orthogonale Matrix: $S^{-1} = S^T$

Raumkurve

Raumkurve: $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

Raumkurve: $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

Bogenlänge

Bogenlänge: $L(C) = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} dt$

Bogenlänge: $L(C) = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} dt$

Wegintegral

Wegintegral: $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_a^b \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt$

Wegintegral: $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_a^b \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt$

Stetigkeitskriterien

Stetigkeitskriterien: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Stetigkeitskriterien: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Wegintegral über konservatives Vektorfeld

Wegintegral über konservatives Vektorfeld: $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \Phi(b) - \Phi(a)$

Wegintegral über konservatives Vektorfeld: $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \Phi(b) - \Phi(a)$

Rotations (Wirbelstärke)

Rotations (Wirbelstärke): $\text{rot} \mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{v}$

Rotations (Wirbelstärke): $\text{rot} \mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{v}$

Divergenz (Quellstärke)

Divergenz (Quellstärke): $\text{div} \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v}$

Divergenz (Quellstärke): $\text{div} \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v}$

Laplace-Operatoren

Laplace-Operatoren: $\Delta = \nabla^2$

Laplace-Operatoren: $\Delta = \nabla^2$

Lineare Abb.
 $u \cdot (xv_1 + yv_2)$
 $u \cdot v_1 + y \cdot u \cdot v_2$

Ableitung
 $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

Integral $\Rightarrow$ beides lineare Abb.: $L(\lambda f + \mu g) = \lambda L(f) + \mu L(g)$
 $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ $\rightarrow$ Treppenfkt: $f(x) = c_i \quad \forall x \in [x_{i-1}, x_i]$
 $\rightarrow$ Regel fkt: $|f - \phi| \rightarrow 0$ stetige fkt und fkt. mit endlich vielen Sprüngen

Produktregel: $(f \cdot g)' = f'g + fg'$ $\Rightarrow \int f'g dx = fg - \int fg' dx$ (Part. Int.)

Kettenregel: $(f \circ g)' = f'(g) \cdot g'$ $\Rightarrow \int f(u(x)) \cdot \frac{du}{dx} dx = \int f(u) du$ (Subst.)

Quotientenregel: $(\frac{f}{g})' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Umkehrfkt.: $(f^{-1})' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

wichtige Abl.: $\arcsin' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 $\arccos' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\arctan' = \frac{1}{1+x^2}$

Satz von Taylor
 $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k + R_n(x)$
 Taylorpolynom Restglied
 $n \rightarrow \infty$: Taylorreihe

Uneignt. Integrale: $\int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_a^x \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow \infty} (2\sqrt{x}) = 2$

Satz v. Schwarz: $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} f(x,y)$
 Löst. diff'bare fkt. $\rightarrow$ zuerst danach

Gesamtmasse:
 $M = \int_V \rho(x,y,z) dV$

totale vs. part. Zeitableitung
 $g = x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2$
 part. Ableitung nach Zeit: $\frac{dg}{dt} = 2x \cdot \dot{x} + 2y \cdot \dot{y} + 2z \cdot \dot{z}$
 totale Zeitableitung: $\frac{dg}{dt} = 2x \cdot \dot{x} + 2y \cdot \dot{y} + 2z \cdot \dot{z}$

Totales Differential: $df = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i$ $\rightarrow$ am Punkt a : $df(a) = \text{grad}(f(a)) \cdot dx = (\nabla f(a)) \cdot dx =$ Änderung von f unter infinitesimaler Verschieb. dx

Mehrdim. Kettenregel: $\frac{df}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt}$

Mehrdim. Int.: $\int_{\Omega} f(x,y,z) dx dy dz = \int_a^b \int_c^d \int_e^f f(x,y,z) dx dy dz$

Mehrdim. Taylorpolynom: $f(x) = f(x_0) + \sum_{i=1}^n (D_i f(x_0)) dx_i + \dots$
 $\nabla f(a)$ zeigt in Richtung max. Anstieg
 $\Delta f = (\nabla f(a)) \cdot dx = |\nabla f| \cdot |dx| \cdot \cos(\alpha)$
 $\alpha = \angle(\nabla f, dx)$

Stationäre Punkte: $\frac{\partial f}{\partial x}(a) = \frac{\partial f}{\partial y}(a) = 0$ $+ \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (D_i D_j f(x_0)) dx_i \cdot dx_j + O(|dx|^3)$

Extremum mit NB: $f(x,y), \text{NB: } g(x,y) = 0$
 $\rightarrow \nabla f(a) \parallel \nabla g(a) \Rightarrow h := f - \lambda g$
 3 Gleichungen: $\frac{\partial h}{\partial x} = 0, \frac{\partial h}{\partial y} = 0, g(x,y) = 0$

Polarkoordinaten:
 in $\mathbb{R}^2$: $x = r \cdot \cos \varphi$ in $\mathbb{R}^3$: $x = r \sin \theta \cos \varphi$
 $y = r \cdot \sin \varphi$ $y = r \sin \theta \sin \varphi$
 $r \in (0, \infty), \varphi \in [0, 2\pi)$ $z = r \cdot \cos \theta$
 $\theta \in [0, \pi]$
 $dA = r \cdot dr \cdot d\varphi$ $dV = r^2 \sin \theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$

Jacobi-Determinante
 $|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{vmatrix} \Rightarrow dx dy dz = |J| dr d\theta d\varphi$

Zylinderkoordinaten:
 $x = r \cos(\varphi)$
 $y = r \sin(\varphi)$
 $z = z$
 $dV = r dr d\varphi dz$

Kreuzprodukt
 $u \times v = |u| \cdot |v| \cdot \sin \alpha$

Skalarprodukt: Längen von orthog. Projektion
 $|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = \sqrt{u \cdot u}$
 $\rightarrow$ normiert: $\hat{u} = \frac{u}{|u|}$, sodass $|\hat{u}| = 1$

$\vec{u} \cdot (\alpha \vec{v}_1 + \beta \vec{v}_2)$
 $\alpha \vec{u} \cdot \vec{v}_1 + \beta \vec{u} \cdot \vec{v}_2$

Ableitung

$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

Produktregel: $(f \cdot g)' = f'g + fg'$

Kettenregel: $(f(g))' = f'(g) \cdot g'$

Quotientenregel: $(\frac{f}{g})' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Umkehrfkt.: $(f^{-1})' = \frac{1}{f'(f^{-1})}$

Uneigentlich. Integrale: $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow 0} (2 - 2\sqrt{a}) = 2$

Satz v. Schwarz: $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} f(x,y)$
 Lok. st. diff'bare Fkt.
 zuerst danach

Totales Differential: $df = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i$ $\rightarrow$ am Punkt $\underline{a}$: $df(\underline{a}) = \text{grad}(f(\underline{a})) \cdot d\underline{x} = (\nabla f(\underline{a})) \cdot d\underline{x}$ = Änderung von f unter infinitesimaler Verschieb. $d\underline{x}$

Mehrdim. Kettenregel: $\frac{df}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dt}$

Mehrdim. Taylorpolynom: $f(\underline{x}) = f(\underline{x}_0) + \sum_{i=1}^n (d_i f(\underline{x}_0)) \Delta x_i$



Integral $\Rightarrow$ beides lineare Abb.: $L(\lambda f + \mu g) = \lambda L(f) + \mu L(g)$

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ $\rightarrow$ Treppenfkt: $f(x) = c; \forall x \in [a, b]$
 L-Regel fkt: $|f - \phi| \rightarrow 0$: stetige Fkt und Fkt. mit endlich vielen Sprüngen

$\int_a^b f'g dx = fg - \int_a^b fg' dx$ (Part. Int.)

$\int_a^b f(u(x)) \cdot \frac{du}{dx} dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du$ (Subst.)

wichtige Abl.: $\arcsin' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 $\arccos' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\arctan' = \frac{1}{1+x^2}$

Satz von Taylor

$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \cdot (x-x_0)^k + R_n(x)$
 Taylorpolynom Restglied
 $n \rightarrow \infty$: Taylorreihe

totale vs. part. Zeitableitung

$g = x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2$
 part. Ableitung nach Zeit: $\frac{dg}{dt} = 2x\dot{x} + 2y\dot{y} + 2z\dot{z}$
 totale Zeitableitung: $\frac{dg}{dt} = 2x\dot{x} + 2y\dot{y} + 2z\dot{z}$ (wie mehrdim. Kettenregel)

Gesamtmasse:

$M = \int_V \rho(x,y,z) dV$

Mehrdim. Int.:

$\int_a^b \int_c^d f(x,y) dx dy$
 $= \int_c^d dy \int_a^b f(x,y) dx$

$\nabla f(\underline{a})$ zeigt in Richtung max. Anstieg
 $\Delta f = (\nabla f(\underline{a})) \cdot d\underline{x} = |\nabla f| \cdot |d\underline{x}| \cdot \cos(\alpha)$
 $\alpha = \angle(\nabla f, d\underline{x})$

Erinnerung: VL 21.11. (asynchron): Vorbereitung 3. *Vektoralgebra*

1. *Skalare*

2. *Vektoren im kartesischen Raum*

3. *Skalarprodukt*

4. *Kreuzprodukt/Vektorprodukt*

5. Levi-Civita-Symbol

6. Mehrfachprodukte

Aufgabe:

a. **Textbuch wälzen**

b. **Glossar wichtiger Begriffe erstellen**

c. **Intuition schärfen**

- **Visualisierung, Abbildungen**
- **Eselsbrücken**
- **Beispiele**

Fazit: keine VL im Hörsaal am 21.11.

Erinnerung: offene Sprechstunde

- Max Lauer
- **Dienstags 12-14 Uhr** im E2 6, Raum E0.12, Start: 29.10.
- Musterlösungen der Übungsblätter
- Verständnisfragen zur Vorlesung
- Kummerkasten
- ...



Bis 27.11.