MINT-Vorkurs für Juniorstudierende

Tag 2 – gemischte Aufgaben 14.10.25

1 Polarkoordinaten und Einheitsvektor

In kartesischen Koordinaten des $\mathbb{R}^2$ sei der Vektor

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = -\hat{e}_x + 2\hat{e}_y, \quad \hat{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \hat{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Polarkoordinaten (r, φ) und drücken Sie den Vektor als $\vec{r} = r\,\hat{r}$ mit $\hat{r} = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$ aus.

2 Dreiecksfläche per Kreuzprodukt

Gegeben seien die Punkte $A(-1, 12, 5)$, $B(1, 2, 5)$, $C(6, 12, 5)$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC mittels Kreuzprodukt.

3 Spatvolumen

Berechnen Sie das Volumen des Spats, der durch die Ortsvektoren der Punkte $A(-1, 2, 1)$, $B(1, 0, 3)$ und $C(2, 2, 1)$ aufgespannt wird.

4 Winkel zwischen Geraden im $\mathbb{R}^2$

Unter welchem Winkel schneiden sich die Geraden

a) $y = 3x - 7$ und $y = 7x - 3$ **b)** $y = 3x - 7$ und $y = 7x + 14$?

5 Schnittpunkt und Schnittwinkel zweier Geraden im $\mathbb{R}^3$

Gegeben sind

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Ermitteln Sie den Schnittpunkt (falls vorhanden) und den Schnittwinkel der Geraden.

6 Schnittmenge zweier Ebenen

Berechnen Sie die Schnittmenge der Ebenen

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie die Schnittgerade in Parameterform an.

Viel Erfolg beim Bearbeiten!