

1 Ableitungen in 1D

Berechnet die Ableitungen folgender Funktionen:

a) $f(x) = 5x^4 + 3^2 - 10x$

b) $f(x) = -\sin^2(x^2)$

c) $f(x) = \arcsin(x)$

d) $\frac{dy}{dx}$ für $f(x, y) = R^2 - x^2 - y^2 = 0$

e) $f(x) = x^x$

f) $f(x) = \pi^x$

2 Potenzreihen/Taylor-Entwicklung

Berechnet die (Taylor-)Reihendarstellung $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} f^{(k)}(x_0) (x - x_0)^k + R_n(x)$ von

a) $f(x) = e^x$ entwickelt um $x_0 = 0$

b) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ entwickelt um $x_0 = 0$

c) $f(x) = \sin(x)$ entwickelt um $x_0 = 0$

d) $f(x) = \cos(x)$ entwickelt um $x_0 = 0$

e) $E(v) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ entwickelt um $v = 0$ bis zur 2. Ordnung

3 Ableitungen in 3D

Berechnet:

a) den Gradienten von $\phi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

b) die Divergenz und die Rotation von $\mathbf{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -\omega y \\ \omega x \\ 0 \end{pmatrix}$

c) die Divergenz und die Rotation von $\mathbf{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} y e^{xy} \sin(z) + x + y \\ x e^{xy} \sin(z) + x + y - z \\ e^{xy} \cos(z) - y + z \end{pmatrix}$