Übungen zur Vorlesung
Theoretische Physik I+II für Lehramt

Universität des Saarlandes
Dr. habil. Philipp Hövel, Max Lauer

WS 2025/26 **Blatt 11** **13.01.2026**

Abgabe bis Freitag, den 23.01.2026 Uhr über die Moodle-Plattform.

Aufgabe 31 *Maxwell'sche Gleichungen*

Leitet aus den Maxwell'schen Gleichungen

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \boldsymbol{E} &= \frac{1}{\varepsilon_0}\rho, \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0, \\
\nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}, \\
\nabla \times \boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}
\end{aligned}$$

mit der Ladungsdichte ρ, der Stromdichte $\boldsymbol{J}$ und der Lichtgeschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

a) die Kontinuitätsgleichung

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = -\frac{\partial}{\partial t}\rho$$

her.

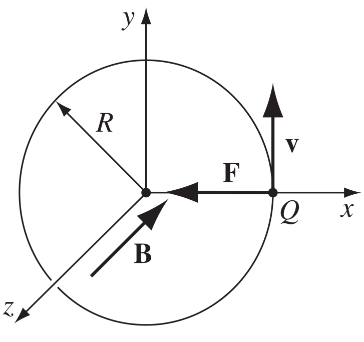
b) die Wellengleichungen für $\boldsymbol{E}-$ und $\boldsymbol{B}-$Felder im Vakuum her.

Aufgabe 32 *Zyklotronbewegung*

a) Betrachtet die auftretenden Kräfte und leitet die Zyklotrongleichung

$$p = QBR$$

für das in der Abbildung befindliche Teilchen mit Ladung Q und Impuls $p = |\boldsymbol{p}|$ im gleichförmigen Magnetfeld her.



b) Eine wesentlich exotischere Umlaufbahn ergibt sich, wenn ein gleichförmiges elektrisches Feld, das einen rechten Winkel mit dem Magnetfeld einschließt, hinzugefügt wird. Nehmt an, dass $\boldsymbol{B}$ in x-Richtung und $\boldsymbol{E}$ in z-Richtung weist. Ein in Ruhe befindliches Teilchen mit Ladung Q und Geschwindigkeit $\boldsymbol{v} = (0, \dot{y}, \dot{z})^T$ wird am Ursprung freigesetzt. Bestimmt die Bahnkurve.

i) Berechnet zunächst die auftretende Lorentz-Kraft und wendet das zweite Newton'sche Gesetz an.

ii) Leitet mithilfe der Zyklotronfrequenz $\omega = \frac{QB}{m}$ die beiden Differenzialgleichungen

$$\ddot{y} = \omega \dot{z},$$
$$\ddot{z} = \omega \left(\frac{E}{B} - \dot{y} \right)$$

her.

iii) Zeigt, dass

$$y(t) = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t) + (E/B)t + C_3,$$
$$z(t) = C_2 \cos(\omega t) - C_1 \sin(\omega t) + C_4$$

Lösungen der Differenzialgleichungen sind.

iv) Bestimmt aus

$$y(0) = z(0) = 0,$$
$$\dot{y}(0) = \dot{z}(0) = 0$$

die Konstanten C_1, C_2, C_3 und C_4.

v) Zeigt, dass sich mithilfe von $R = \frac{E}{\omega B}$ die Kreisgleichung

$$(y - R\omega t)^2 + (z - R)^2 = R^2$$

ergibt.

vi) Plottet/Skizziert die Bahnkurve.

Aufgabe 33 *Eichinvarianz von Skalar- und Vektorpotenzialen*

In der Vorlesung wurden das Vektorpotential $\boldsymbol{A}$ und das Skalarpotential ϕ, deren erzeugte Felder

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \quad \text{und}$$
$$\boldsymbol{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{A},$$

die die homogenen Maxwell-Gleichungen automatisch lösen, eingeführt. Die Potenziale sind nicht eindeutig, d.h. sie besitzen die Eichfreiheit

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}'(\boldsymbol{r},t) &= \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) + \nabla \Psi(\boldsymbol{r},t) \quad \text{und} \\ \phi'(\boldsymbol{r},t) &= \phi(\boldsymbol{r},t) - \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\boldsymbol{r},t), \end{aligned} \tag{1}$$

wobei $\Psi(\boldsymbol{r},t)$ eine beliebige Funktion - die Eichfunktion - ist und $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ die Lichtgeschwindigkeit.

a) Rechnet nach, dass zu gegebenen Potenzialen $\boldsymbol{A}$ und ϕ die umgeeichten Potentiale aus Gleichung (1) zu den selben $\boldsymbol{E}-$ und $\boldsymbol{B}-$Feldern führen.

b) Die Lorenz- und Coulomb-Eichungen besitzen jeweils noch eine "Resteichfreiheit". Überprüft die untenstehenden Bedingungen dieser Resteichfreiheit:

i) Die Lorenz-Eichung $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \phi$ ist invariant unter der in Gleichung (1) gegebenen Eichtransformationen für Eichfunktionen, die

$$\left(\Delta - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi = 0$$

erfüllen.

ii) Die Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$ ist invariant unter der in Gleichung (1) gegebenen Eichtransformation für die Eichfunktion, die

$$\Delta \Psi = 0$$

erfüllen.