

1 Gleichungssysteme

(i) Stellen Sie die Gleichungssysteme mithilfe von Matrizen dar und lösen Sie mittels Zeilen- und Spaltenumformungen.

a) $2x + 3y = 8$
 $x - y = -1$

b) $x - 2y = -7$
 $2x + 3y = 0$

c) $5x + y + 2z = 3$
 $-2x + z = -1$
 $x + y + z = 0$

(ii) Diskutieren Sie die Lösbarkeit in Abhängigkeit der jeweils gegebenen Parameter.

a) $2x + 3y = b$
 $x + ay = 4$

b) $x + 2y - z = s$
 $x + y = 1$
 $y - z = 2$

2 Matrizenrechnung

(i) Wirtschaftslehre: Bedarfsmatrix

Eine Möbelfabrik produziert verschiedene Modelle eines Regals. Für Modell X werden 6 Schubladen, 12 Einlegeböden und 2 Türen benötigt, für Modell Y 4 Schubladen, 12 Einlegeböden und 3 Türen, für Modell Z 6 Schubladen, 14 Einlegeböden und 4 Türen.

Geben Sie die Bedarfsmatrix an. Sie enthält als Einträge wie viele der Einzelteile welchen Modellen zugeordnet werden. Berechnen Sie mithilfe einer linearen Abbildung den Bedarf an Schubladen, Einlegeböden und Türen bei der Produktion von 15 Regalen des Modells X, 9 Regalen des Modells Y und 6 Regalen des Modells Z.

Wie sähe die Matrix aus, wenn es neben den Schubladen, Einlegeböden und Türen auch noch eine jeweils unterschiedliche Anzahl an Regalfüßen gäbe?

(ii) Berechnen Sie die Matrixprodukte.

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 5 & -2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Invertieren Sie die Matrix, falls möglich.

a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

c)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \\ -1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

(iv) Lösen Sie das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$. Nehmen Sie für A die Matrizen aus (iii) und $\vec{b} = (3, 1)^T$ beziehungsweise $\vec{b} = (3, 1, -2)^T$. Prüfen sie für d) auch $\vec{b} = (3, 1, 2)^T$.