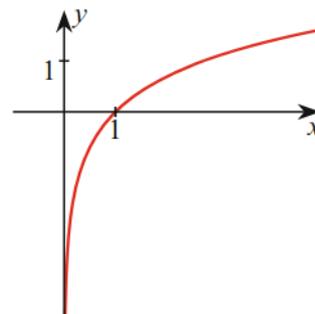
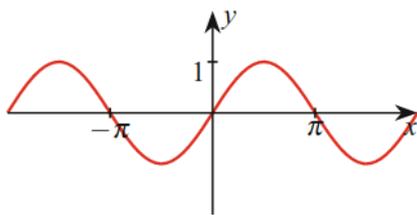
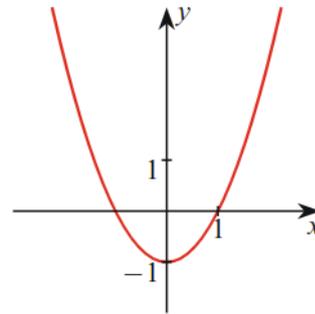
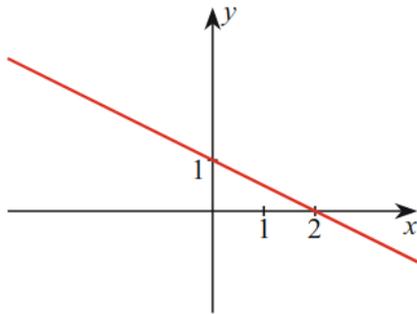


## 1 Einfache Funktionen

- (i) Geben Sie die Gleichungen zu den Funktionen mit den abgebildeten Graphen an. Sind sie injektiv, surjektiv, oder bijektiv auf  $\mathbb{R}$ ? Finden Sie für jede Funktion eine Definitions- und Wertemenge, bezüglich derer die Funktionen bijektiv sind.



- (ii) Sei  $f(x) = x^2 + 2x - 15$

- Ermitteln Sie Definitionsbereich, Wertebereich und Nullstellen dieser Funktion!
- Stellen Sie die Funktion als Produkt zweier linearer Funktionen dar!
- Skizzieren Sie die Funktion!
- Wo ist die Funktion monoton wachsend, wo ist sie monoton fallend?

- (iii) Skizzieren Sie die folgenden Funktionen und geben Sie ihre Definitions- und Wertebereiche und alle Symmetrieachsen und -punkte an. Sind die Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv als Funktionen von ihrem Definitions- in ihren Wertebereich?

a)  $f(x) = 3 \sin(x) + 4$       b)  $f(x) = \frac{1}{x+3}$       c)  $f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x < 1 \\ x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$

- (iv) Untersuchen Sie auf einfache Symmetrie, indem Sie  $f(-x)$  berechnen.

a)  $f(x) = x \sin(x)$       d)  $(x+8)^3 - (x-8)^3$   
 b)  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$       e)  $(x+8)^2 - (x-8)^2$   
 c)  $f(x) = \frac{(x^5 + 4x^3 + 2x) \sin^2(x)}{|x| \cos(x)}$       f)  $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$

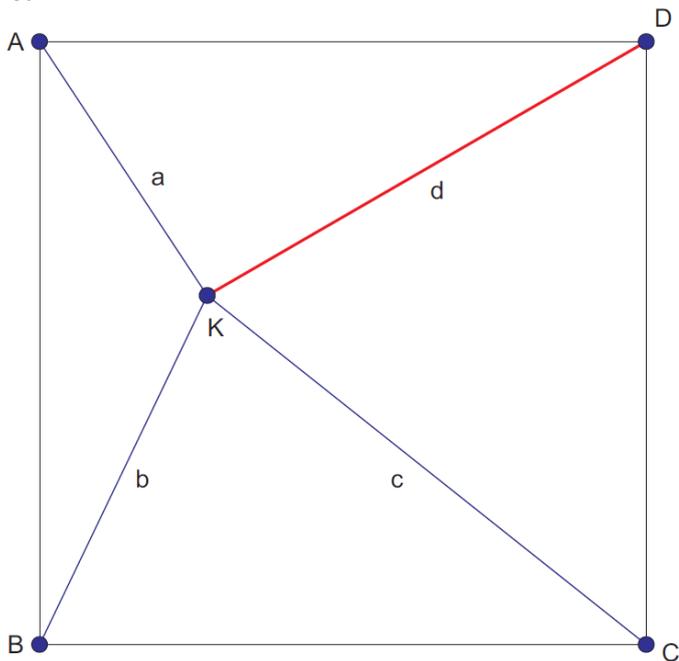
*Hinweis:* Berechnen Sie in f)  $f(x) + f(-x)$ . *Zusatz:* Wenn Sie geogebra haben, lassen Sie sich diese Funktionen einmal zeichnen. Entspricht der Verlauf Ihren Erwartungen? Die Betragstriche  $|x|$  werden als  $\text{abs}(x)$  eingegeben.

## 2 Verkettung von Funktionen

Sei  $f(x) = 4x^2 - 4x + 4$  und  $g(x) = x - 2$ . Ermitteln Sie die Funktionen  $(f \circ g)(x)$  und  $(g \circ f)(x)$  sowie die Definitions- und Wertebereiche von  $f$ ,  $g$ ,  $f \circ g$  und  $g \circ f$ .

### 3 Spaß auf dem Wäscheplatz

Auf einem Wäschetrockenplatz befinden sich vier Pfähle  $A, B, C, D$  die zu einem Quadrat angeordnet sind. Drei Wäscheleinen der Längen  $a, b, c$  sind an je einem Pfahl befestigt und in der Mitte  $K$  zusammengeknotet. Bestimme die Länge  $d$  der vierten Leine, die vom Knotenpunkt  $K$  zum vierten Pfahl  $D$  gespannt ist.



### 4 Romeo und Julia auf Türmen

Zwei kreisrunde Türme mit der gleichen Höhe haben unterschiedliche Durchmesser. Eine spiralförmige Treppe windet sich um jeden der Türme vom Boden bis zur Spitze. Der Anstieg beider Treppen ist gleich und konstant. Welche der Treppen ist länger?



Viel Spaß beim Lösen. ☺