1 Zum warm werden

a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=?$

b) $\left(\sqrt[3]{2^2}\sqrt[4]{2^{-3}}\right)^{12}=?$

c) $\log_7 49=?$

d) $\lg\frac{1}{10}=?$

e) $\lg\sqrt[3]{1000}=?$

f) $2^x=\frac{1}{8}\quad;\quad x=?$

2 Abschnittsweise definierte Funktionen

Sizzieren Sie die Graphen dieser abschnittsweise definierten Funktionen. Geben Sie die Wertemenge an.

a) $f(x)=\begin{cases} x+2 \text{ für } x<0 \\ 2 \text{ für } 0\leqslant x<2 \\ \frac{x^2}{2} \text{ für } x\geqslant 2 \end{cases}$

b) $g(x)=\begin{cases} |-x-1| \text{ für } x\leqslant 0 \\ \cos(\pi x) \text{ für } x>0 \end{cases}$

3 Ein Dreizeiler

Die beiden Vororte X und Y einer Stadt bilden mit deren Zentrum in Z ein Dreieck. Von X über Z nach Y beträgt die Entfernung 12 km. Wir wissen, Y liegt 2 km weiter vom Zentrum entfernt als X.
Wie weit sind beide Orte vom Zentrum entfernt?

4 Zusammengesetzte und verkettete Funktionen

(i) Berechnen Sie für folgende Funktionen f,g jeweils die Abbildungsvorschriften von $f+g, f-g, f\cdot g, \frac{f}{g}$. Bestimmen Sie jeweils auch den maximalen Definitionsbereich.

a) $f(x)=x-2; g(x)=1-2x$

b) $f(x)=\sin(x); g(x)=\cos(x)$

(ii) Bestimmen Sie geeignete Funktionen f und g, für die $h=g\circ f$ gilt.

a) $h(x)=\ln(x+1)$

b) $h(x)=\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2$

c) $h(x)=\cos^2(x)$

(iii) Gegeben sind die Funktionen f,g,h mit
$f(x)=x^2,\ \ g(x)=\sqrt{x},\ \ h(x)=\frac{1}{x}$
Bestimmen Sie die Abbildungsterme folgender Funktionen. Vereinfachen Sie die Funktionsterme weitmöglichst. Wie groß ist jeweils der maximale Definitionsbereich?

a) $g\circ f$ und $f\circ g$

b) $f\circ(g+h)$

c) $h\circ(f\cdot g)$

d) $f\circ(g\circ h)$

5 Kurvendiskussion

(i) Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen ohne Taschenrechner. Bestimmen Sie die Wertemenge.

a) $y=\mathrm{e}^x$ & $y=\mathrm{e}^{-x}$

b) $y=|\sin(x)|$

c) $y=x+|x-1|$

d) $y=\mathrm{e}^{\cos(x)}$

(ii) Untersuchen Sie folgenden Funktionen auf Periodizität und Beschränkheit.

a) $\frac{5}{6}\sin(7x+8)$ b) $\frac{1}{4+\sin(x)}$

(iii) Zusatz: Bestimmen Sie alle Nullstellen, Minima, Maxima und Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = x^3 - 39x - 70$$

und skizzieren Sie diese. Hinweis, eine Nustelle kann man schnell erraten.

6 Abkühlungskurve

Ein Körper mit der Temperatur $T(t)$ und der Anfangstemperatur T_0 wird durch Luft mit der konstanten Temperatur T_1 gekühlt. Der Temperatabnahme verläuft dabei exponentiell nach der Gleichung

$$\Delta T(t) = \Delta T_0 \mathrm{e}^{-kt} \quad ,$$

mit der Temperaturdifferenz $\Delta T(t) = T(t) - T_1$ und der anfänglichen Temperaturdifferenz $\Delta T_0 = T_0 - T_1$.
In einem Versuch betrugt die Lufttemperatur 20 °C. Nach 20 Minuten betrug die Temperatur des Körpers noch 80 °C und nach 3 Stunden noch 30 °C.

- Welche physikalische Einheit hat k?
- Skizzieren Sie den Temperaturverlauf des Körpers und tragen Sie markante Punkte ein.
- Berechnen Sie die Anfangstemperatur des Körpers. Hinweis: Die beiden Zeitpunkte geben Ihnen zwei Gleichungen und Sie können dann ΔT_0 und k ausrechen.
- Nach welcher Zeit ist der Körper auf 25 °C abgekühlt?

Viel Spaß beim Lösen. ☺