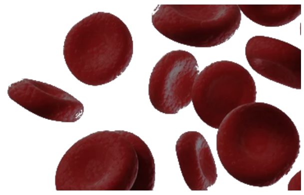
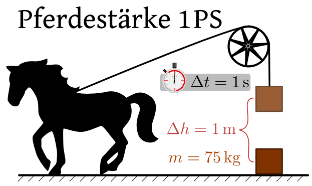
1 Wiederholung Einheiten und Zehnerpotenzen - siehe auch zweite Seite

a) Rote Blutzellen seien vereinfacht Zylinderscheiben mit einem Durchmesser welcher vier mal so groß ist wie die Höhe. Das Volumen einer Zelle ist 90 fL. Geben Sie den Durchmesser und die Höhe in µm an.



b) Die Umrechung von x km/h in y m/s . . . hmm . . . mal 3.6 oder geteilt durch 3.6 ? . . . Herleitung.

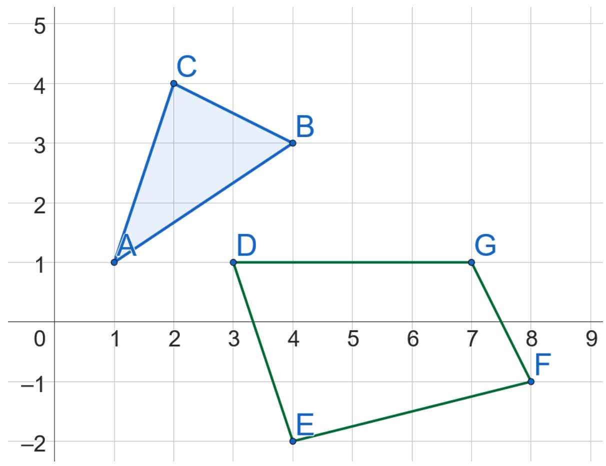
c) Die Dichte von Wasser ist $1\,\mathrm{g/cm^3}$. Geben Sie diese in SI ($\mathrm{kg/m^3}$) und in Pfund pro Kubikfuß an. Ein angloamerikanisches Pfund (*pound*) sind $1\,\mathrm{lb} = 453.6\,\mathrm{g}$ und ein Fuß (*foot*) sind $1\,\mathrm{ft} = 12\,\mathrm{in}$ und 1 Zoll (*inch*) ist exakt $1\,\mathrm{in} = 25.4\,\mathrm{mm}$.



d) Die Leistung P von 1 PS (Pferdestärke) entspricht 735,5 W (Watt). Mein Handyakku hat eine Kapazität von 3400 mA h bei einer Spannug von 4.4 V. Die Leistung in Watt ergibt sich aus $P = U \cdot I$ und die die gespeicherte Energie ist $E = P \cdot t$. Berechnen Sie die Akkukapazität E in PS s (PS·Sekunde), also wie viele Sekunden müsste ein kräftiges Pferd arbeiten um mein Handy auf 100% aufzuladen.

2 Fläche Dreieck und Viereck in der Ebene

Bestimmen Sie die Vektoren für die jeweiligen Verbindungskanten und berechnen Sie die Fläche des Dreiecks und des Vierecks.



3 Koordinatensysteme und Analytische Geometrie

(i) In kartesischen Koordinaten des $\mathbb{R}^2$ sei der Vektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = -\hat{e}_x + 2\hat{e}_y$. Mit den Einheitsvektoren $\hat{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\hat{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben. Berechnen Sie die Polarkoordinaten (r, φ) und drücken Sie den Vektor aus als $\vec{r} = r\hat{r}$ mit dem Einheitsvektor

$$\hat{r} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}.$$

(ii) Gegeben seien die Punkte $A(-1, 12, 5)$, $B(1, 2, 5)$, $C(6, 12, 5)$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC mittels Kreuzprodukt.

(iii) Berechnen sie das Volumen des Spats, welcher durch die Ortsvektoren von $A(-1, 2, 1)$, $B(1, 0, 3)$ und $C(2, 2, 1)$ aufgespannt wird.

(iv) Unter welchem Winkel schneiden sich die Geraden im $\mathbb{R}^2$

a) $y = 3x - 7$ und $y = 7x - 3$ b) $y = 3x - 7$ und $y = 7x + 14$

(v) Ermitteln Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel der Geraden

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

(vi) Berechnen sie die Schnittmenge der Ebenen.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{x} = 5$$

4 Vektorrechnung

Beweisen Sie die folgenden Zusammenhänge.

a) $\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{a}$

b) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$ (dies ist die BAC-CAB-Regel)
und zeigen Sie somit $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ (dies ist die Jacobi-Identität).

c) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a}\vec{b})(\vec{a}\vec{b}) = (\vec{a}\vec{a})(\vec{b}\vec{b})$ (ein Spezialfall der Lagrange-Identität)
und zeigen Sie damit, dass $|\vec{a} \times \vec{b}| = A$, der Flächeninhalt ist. Verwenden Sie den Kosinussatz und die Winkelformel.

Viel Spaß beim Lösen. ☺

Einfach nur Wissen – auswendig lernen!

Das Eingerahmte ist absolutes Muss.

Die Präfixe im SI[1]

Präfix	Name	Ursprung	Wert (Potenz, Zahl, Zahlwort der langen Skala)		
Q	Quetta	—[2]	10^{30}	Quintillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
R	Ronna	lat. *novem*, gr. *ennéa* = neun[3]	10^{27}	Quadrilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000
Y	Yotta	lat. *octo* = acht[4]	10^{24}	Quadrillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000
Z	Zetta	lat. *septem* = sieben[4]	10^{21}	Trilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000
E	Exa	gr. *héx* = sechs[5]	10^{18}	Trillion	1 000 000 000 000 000 000
P	Peta	gr. *pénte* = fünf[5]	10^{15}	Billiarde	1 000 000 000 000 000
T	Tera	gr. *téras* = Ungeheuer / gr. *tetrákis* = viermal	10^{12}	Billion	1 000 000 000 000
G	Giga	gr. *gígas* = Riese	10^{9}	Milliarde	1 000 000 000
M	Mega	gr. *mégas* = groß	10^{6}	Million	1 000 000
k	Kilo	gr. *chílioi* = tausend	10^{3}	Tausend	1 000
h	Hekto	gr. *hekatón* = hundert	10^{2}	Hundert	100
da	Deka	gr. *déka* = zehn	10^{1}	Zehn	10
—	—	—	10^{0}	Eins	**1**
d	Dezi	lat. *decimus* = Zehnter	10^{-1}	Zehntel	0,1
c	Zenti	lat. *centum* = hundert	10^{-2}	Hundertstel	0,01
m	Milli	lat. *mille* = tausend	10^{-3}	Tausendstel	0,001
µ	Mikro	gr. *mikrós* = klein	10^{-6}	Millionstel	0,000 001
n	Nano	gr. *nános* = Zwerg	10^{-9}	Milliardstel	0,000 000 001
p	Piko	ital. *piccolo* = klein	10^{-12}	Billionstel	0,000 000 000 001
f	Femto	dän. *femten* = fünfzehn[6]	10^{-15}	Billiardstel	0,000 000 000 000 001
a	Atto	dän. *atten* = achtzehn[6]	10^{-18}	Trillionstel	0,000 000 000 000 000 001
z	Zepto	lat. *septem* = sieben[4]	10^{-21}	Trilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 001
y	Yokto	lat. *octo* = acht[4]	10^{-24}	Quadrillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 001
r	Ronto	lat. *novem*, gr. *ennéa* = neun[3]	10^{-27}	Quadrilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 001
q	Quekto[7]	lat. *decem*, gr. *déka* = zehn[3]	10^{-30}	Quintillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 001