

1 Fahnenstange - aus Text werde Mathematik - Abstraktion

Nach einem fürchterlichen Gewitter bietet sich in Prinz Ludwigs Schlosspark ein erstaunlicher Anblick: Eine neun Meter hohe Fahnenstange ist durch den Sturm umgeknickt worden. Die Spitze der Fahnenstange berührt genau drei Meter von ihrem Fuß entfernt den Boden.

In welcher Höhe wurde die Fahnenstange abgeknickt?

2 Mutter und Töchter - aus Text werde Mathematik - Abstraktion

Eine Mutter ist zweimal so alt wie ihr beiden Töchter zusammen. Die ältere Tochter ist zweimal so alt wie die jüngere. Nach 9 Jahren beträgt das Alter der Mutter das Dreifache des Alters der jüngsten Tochter.

Wie alt sind die drei heute?

3 Gleichungssysteme

(i) Stellen Sie die Gleichungssysteme mithilfe von Matrizen dar und lösen Sie mittels Zeilen- und Spaltenumformungen.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x + 3y &= 8 \\ x - y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x - 2y &= -7 \\ 2x + 3y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 5x + y + 2z &= 3 \\ -2x + z &= -1 \\ x + y + z &= 0 \end{aligned}$$

(ii) Diskutieren Sie die Lösbarkeit in Abhängigkeit der jeweils gegebenen Parameter.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x + 3y &= b \\ x + ay &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x + 2y - z &= s \\ x + y &= 1 \\ y - z &= 2 \end{aligned}$$

4 Matrizenrechnung

(i) Wirtschaftslehre: Bedarfsmatrix

Eine Möbelfabrik produziert verschiedene Modelle eines Regals. Für Modell X werden 6 Schubladen, 12 Einlegeböden und 2 Türen benötigt, für Modell Y 4 Schubladen, 12 Einlegeböden und 3 Türen, für Modell Z 6 Schubladen, 14 Einlegeböden und 4 Türen.

Geben Sie die Bedarfsmatrix an. Sie enthält als Einträge wie viele der Einzelteile welchen Modellen zugeordnet werden. Berechnen Sie mithilfe einer linearen Abbildung den Bedarf an Schubladen, Einlegeböden und Türen bei der Produktion von 15 Regalen des Modells X, 9 Regalen des Modells Y und 6 Regalen des Modells Z.

Wie sähe die Matrix aus, wenn es neben den Schubladen, Einlegeböden und Türen auch noch eine jeweils unterschiedliche Anzahl an Regalfüßen gäbe?

(ii) Berechnen Sie die Matrixprodukte.

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 5 & -2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Invertieren Sie die Matrix, falls möglich.

a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

c)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \\ -1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

(iv) Lösen Sie das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$. Nehmen Sie für A die Matrizen aus (iii) und $\vec{b} = (3, 1)^T$ beziehungsweise $\vec{b} = (3, 1, -2)^T$. Prüfen sie für d) auch $\vec{b} = (3, 1, 2)^T$.

5 2000 Knöpfe - aus Text werden Gleichungen - Abstraktion

Fünf Frauen, Adele, Berta, Claudia, Doris und Erna, sammeln Knöpfe. Adele, Berta, Claudia und Doris haben zusammen 2000 Knöpfe. Wenn man

- die Anzahl der Knöpfe von Erna zu der Anzahl der Knöpfe von Adele addiert,
- die Anzahl der Knöpfe von Erna von der Anzahl der Knöpfe von Berta subtrahiert,
- die Anzahl der Knöpfe von Erna mit der Anzahl der Knöpfe von Claudia multipliziert,
- die Anzahl der Knöpfe von Doris durch die Anzahl der Knöpfe von Erna dividiert,

erhält man jeweils die gleiche Zahl.

Adele freut sich, dass sie schon bald 100 Knöpfe besitzt, wie viele fehlen ihr noch?

Hinweis: Wie viele Unbekannte gibt es in diesem System? Wie viele Gleichungen und Ungleichungen haben Sie aufgestellt? Am Ende muss man noch Fallunterscheidungen machen damit sich das Endergebnis als ganze Zahl an Knöpfen berechnet.

Ein Bus, der mit zehn Personen besetzt ist, hält an einer Haltestelle. Elf Personen steigen aus.

Drei Wissenschaftler kommentieren das Geschehen:

Biologe: "Die müssen sich unterwegs vermehrt haben."

Physiker: "Was soll's, zehn Prozent Messtoleranz müssen drin sein."

Mathematiker: "Wenn jetzt einer einsteigt, ist keiner drin."

Viel Spaß beim Lösen. ☺