

1 Differenzialrechnung

(i) Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen durch Berechnung der Grenzwerte der Differenzenquotienten.

a) $x^2 + 1$

c) $\frac{1}{x}$

e) $\sin(x)$

b) $x^3 - 5x^2 + 6x + 2$

d) $\frac{x}{x-1}$

f) $\cos(x)$

Hinweis: Für $\epsilon \rightarrow 0$ gilt $\sin(\epsilon) \rightarrow \epsilon$ und $\cos(\epsilon) \rightarrow 1$. Die Terme können im Grenzwert somit ersetzt werden.

(ii) Differenzieren Sie nach x .

a) x^2

h) $(4x + 3 \cos^2 x)^5$

o) $\ln \sqrt{x^3 e^{2x} \ln x}$

b) $2x^4 - 3x^3 + 7x - 4$

i) $6^x x^6 \sin x$

p) $\sin((3 - x^2)^2) + \cos((3 - x^2)^2) + \sin^2(3 - x^2) + \cos^2(3 - x^2)$

c) $\sqrt[3]{x+4}$

j) $\ln \sqrt{e^x + x^4}$

d) $\sqrt{x+1}(x^2 + 1)$

k) $\sqrt{\frac{2x-3}{4x^2+5}}$

e) $x^3 + 2x^2 - 4x + 13$

l) $(e^{2x+3} + 4x + 5)^6$

q) $\frac{x \sin(ax + b)}{x^2 + 3}$

f) $x^5 - \frac{2}{x^2}$

m) $(\sin^2(x) + 1)(\ln(x) + 2)$

g) $\frac{x}{x^2 + 5}$

n) $e^{\frac{x^2+3}{x^2+1}}$

r) $\left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^{\sin(2x)}$

2 Praktisch, um reich zu werden

Sie sind Besitzer einer Dosenfabrik. Es soll möglichst wenig Material verbraucht werden um ein Volumen X an Suppe in einer Dose unterzubringen. Klaro, das Optimum wäre eine kugelförmige Dose, dort ist das Verhältnis Oberfläche zu Volumen am Kleinsten, nur kann man solche Dosen nicht aus ebenen Blech bauen. Daher eine zylinderförmige Dose. Wie muss diese Aussehen? Was ist eigentlich die Fragestellung? Begründen Sie ihre Antwort auch mathematisch.

3 Warum so viel Elektronik bei Solarpaneelen

Die folgende Aufgabe hat viel Text, komplizierte Wörter und kein Bild/Skizze. Ziel ist es, dass Sie es lernen aus dem gegebenen Sachverhalt die richtigen Fragestellungen und Gleichungen abzuleiten. Wenn Sie dies schaffen, haben Sie schon die Hälfte der Aufgabe gelöst. für die zweite Hälfte, das Rechnen, werden Sie später Computer benutzen ☺.

Solarpaneelen, sind wie eine Batterie, jedoch technisch bedingt haben sie einen hohen Innenwiderstand. Wenn ein Verbraucher an eine Solarzelle angeschlossen wird, ist dies eine Reihenschaltung aus Batterie, Innenwiderstand der Zelle und Verbraucherwiderstand. Es fließt ein elektrischer Strom I welcher sich aus der Zellenspannung U , Innenwiderstand R_i und dem Verbraucherwiderstand R_V ergibt nach $I = U/(R_i + R_V)$. Die elekt. Leistung am Verbraucher ist $P = U_V \cdot I$, wobei U_V sich aus dem Produkt aus Stromfluss I und dem Verbraucherwiderstand ergibt.

Wie muss der Verbraucherwiderstand angepasst werden, damit die entnommene Leistung maximal ist?

Diese Anpassung wird durch die komplexe Elektronik zwischen Solarzelle und Batterie/Verbraucher gewährleistet. Normale Verbraucher können ihren Innenwiderstand nicht ändern.

4 Kurvendiskussion

(i) Bestimmen Sie die Monotoniebereiche, Extrema und Wertebereiche folgender Funktionen.

a) $8 - 7x$

c) $x^3 + 27$

b) $x^2 + 3x - 28$

d) $x^3 - 27x$

(ii) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^4 - 8x^2 + 9$. Bestimmen Sie Hoch-, Tief- und Wendepunkte. Untersuchen Sie das Wachstums- und Krümmungsverhalten des Funktionsgraphen und skizzieren Sie diesen.

(iii) Untersuchen Sie für die folgenden Funktionen jeweils rechnerisch, in welchen Bereichen ihre Graphen links- oder rechtsgekrümmt sind.

a) $x^3 - 9x^2 + 3$

c) e^{-x^2}

e) $x \ln(x)$

b) $2x + \frac{1}{x}$

d) xe^{-x}

f) $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

Na dann mal los. ☺