

## 1 Funktionen und Ableitungen

Gegeben seien folgende Funktionen:

i)  $f(x) = 2x(x - 3) - 4$

ii)  $f(x) = 2 \cos\left(50x + \frac{\pi}{4}\right)$

iii)  $f(x) = 4(1 - e^{-2x})$

iv)  $f(x) = \sin(2\pi x)e^{-5x}$



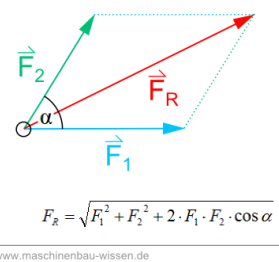
- Skizzieren Sie die Funktionen. Kostenlose oder Online Funktionsplotter gibt es im Internet.
- Berechnen Sie Ableitung  $\frac{d}{dx}$  und das unbestimmte Integral  $\int f(x)dx$ .
- Was sind Amplitude, die Periodendauer und die Phase der Funktion ii)?)
- Kennen Sie Situationen in der Physik, wo solche Funktionen auftreten?

## 2 Vektorprodukte

- Zeigen Sie komponentenweise, dass für  $\vec{x} = x_1\vec{e}_1 + x_2\vec{e}_2$  und  $\vec{y} = y_1\vec{e}_1 + y_2\vec{e}_2$  folgendes gilt:  
 $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot (\vec{x} - \vec{y}) = x^2 - y^2$
- Gegeben seien:  
 $\vec{a} = 5\vec{e}_1 + x\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$   
 $\vec{b} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 7\vec{e}_3$   
Bestimmen Sie  $x$  so, dass die beiden Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  orthogonal sind.

## 3 Kräfteaddition

- An einem Punkt greifen die beiden Kräfte  $\vec{F}_1 = (2, 1, -3)$  N und  $\vec{F}_2 = (1, -2, 1)$  N an. Welche zusätzliche Kraft  $\vec{F}_3$  muss wirken, damit die resultierende Kraft 0 wird? Versuchen Sie dies 3D zu skizzieren.
- Bestimmen Sie den Einheitsvektor, welcher senkrecht auf der Ebene steht, welche durch  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  aufgespannt wird. Tragen Sie diesen in Ihre Skizze ein.



## 4 Taylors Reihe

Gegeben sind die Funktionen:

- |      |                   |           |         |
|------|-------------------|-----------|---------|
| i)   | $f(x) = \sin(x)$  | $x_0 = 0$ | $n = 4$ |
| ii)  | $f(x) = \cos(x)$  | $x_0 = 0$ | $n = 4$ |
| iii) | $f(x) = \exp(x)$  | $x_0 = 0$ | $n = 3$ |
| iv)  | $f(x) = \ln(x)$   | $x_0 = 1$ | $n = 4$ |
| v)   | $f(x) = \sqrt{x}$ | $x_0 = 1$ | $n = 3$ |



Brook Taylor (1685-1731)

- Skizzieren Sie die Graphen  $f(x)$ .

- b) Berechnen Sie die Taylorreihenentwicklung an der jeweils gegebenen Stelle bis zur angegebenen Ordnung.
- c) Berechnen Sie die Funktionswerte  $\sin(0.1)$ ,  $\cos(0.1)$ ,  $\exp(0.1)$ ,  $\ln(1.1)$ ,  $\sqrt{1.2}$  exakt sowie die jeweilige Entsprechung aus Ihren obigen Reihenentwicklungen um die Abweichungen durch die Näherung zu sehen.

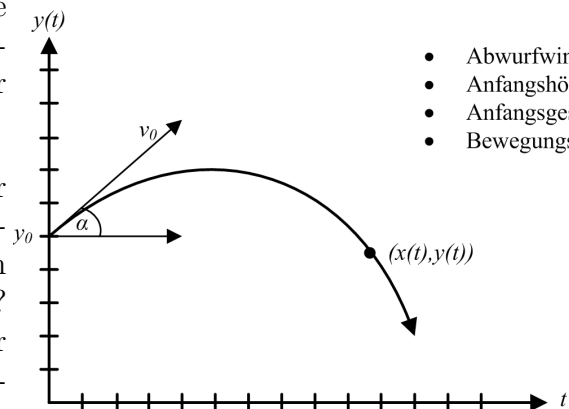
## 5 Der Jäger

Ein Jäger will ein Ziel treffen, das sich im Abstand von 100 m mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s senkrecht zur Bahn des Geschosses bewegt. Das Geschoss hat eine Geschwindigkeit von 800 m/s. Um welche Strecke und um welchen Winkel muss der Jäger vor das aktuelle Ziel anvisieren, damit er sein Ziel trifft?



## 6 Wurfparabeln - keine Luftreibung

- a) Unter welchem Winkel ist die Wurfweite eines Körpers im Schwerfeld der Erde maximal, wenn Abwurf und Landung in gleicher Höhe stattfinden?
- b) Unter welchem Winkel muss ein Kugelstoßer mit einer Schulterhöhe von 1,70 m seine Kugel für eine maximale Weite abstoßen, wenn die Abwurfgeschwindigkeit  $v_0 = 10$  m/s ist? Überlegen Sie zuerst, ohne rechnen, ob dieser Winkel größer oder kleiner als aus Aufgabenstellung a) sein sollte.



- Abwurfwinkel  $\alpha$
- Anfangshöhe  $y_0$
- Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$
- Bewegungskordinaten  $x(t)$ ,  $y(t)$

- c) Wie groß sind die maximale Steighöhe  $z_{s,max}$  und Flugweite  $x_{f,max}$  der Kugel?

## 7 Sprinter

Ein Sprinter benötigt für  $x_2 = 100$  m die Zeit  $t_2 = 11,29$  s. Er beschleunigt während der ersten  $x_1 = 18$  m gleichmäßig auf die Höchstgeschwindigkeit  $v_{max}$ , mit der er anschließend weiterläuft.

- a) Berechnen Sie  $v_{max}$  und die Beschleunigung  $a_1$ .
- b) Bestimmen Sie die Funktionen für den Weg  $x(t)$ , Geschwindigkeit  $v(t)$  und Beschleunigung  $a(t)$  und stellen Sie diese graphisch dar.
- c) Wie groß ist die durchschnittliche Geschwindigkeit  $v$  im km/h?

