

14 Ein Steinwurf

Von einem 25 m hohen Turm wird ein Stein mit $v_0 = 15 \text{ m/s}$ unter dem Winkel $\alpha_0 = 30^\circ$ gegenüber der Horizontalen geworfen. Luftwiderstand wird vernachlässigt.

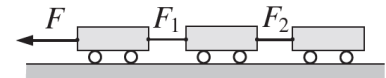


- Nach welcher Zeit,
- in welcher Entfernung vom Turm,
- mit welcher Geschwindigkeit,
- unter welchem Winkel trifft er auf dem Erdboden auf?

15 Güterzug mit Reibung

Die Lok eines aus insgesamt drei Wagen von je $m = 15 \text{ t}$ Masse bestehenden Güterzuges entwickelt gegenüber den Schienen eine Antriebskraft von $F = 45 \text{ kN}$. Die Reibung wirkt auf jeden Wagen als Bremskraft von $F_{\text{Reibung}} = 700 \text{ N}$. Wie groß ist

- die Beschleunigung des Zuges,
- die Zugkraft F_1 zwischen den beiden ersten Wagen,
- Zugkraft F_2 zwischen dem zweiten und dem dritten Wagen?



16 Kaffee im drehenden Becher

Kaffee in einem zylindrischen Becher rotiert um die Zylinderachse. Die Kaffeeoberfläche nimmt dadurch eine nach innen gewölbte rotationssymmetrische Form an.

- Skizziere die angreifenden Kräfte auf ein Flüssigkeitsteilchen der Oberfläche im Abstand x von der Drehachse (y -Achse).
- Durch welche mathematische Funktion $y(x)$ wird das Oberflächenprofil in der Schnittfläche durch die Zylinderachse beschrieben?



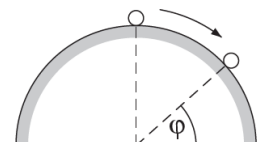
Hinweis: Die Resultierende Kraft steht im betreffenden Punkt immer senkrecht zur Oberfläche, wodurch die Tangentenrichtung an das Oberflächenprofil in diesem Punkt festgelegt ist.

17 Gleitender Punkt auf Halbkugeloberfläche

Vom höchsten Punkt einer Halbkugel beginnt eine Punktmasse aus der Ruhelage reibungsfrei hinabzugleiten. Mit fortschreitender Bewegung wächst die Fliehkraft stetig an, während die Normalkomponente der Gewichtskraft abnimmt.

Bei welchem Winkel φ löst sich die Punktmasse von der Oberfläche der Halbkugel?

Hinweis: Die Änderung der potentiellen Energie ist gleich der gewonnenen kinetischen Energie wenn keine Reibung vorliegt.



18 Rakete

Raketen werden durch Ausstoßen von Verbrennungsprodukten des Treibstoffes vorangetrieben. Da der Treibstoff einen großen Teil der Gesamtmasse ausmacht, kann die Masse des Systems 'Rakete mit Resttreibstoff' bei der Beschleunigung nicht mehr als konstant angenommen werden. Allerdings bleibt bei einer beschleunigten Rakete die Summe der Massen von Rakete und ausgestoßenem Treibstoff konstant.

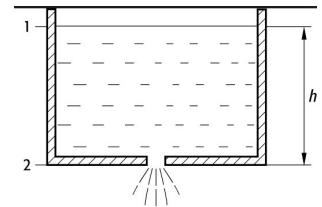


Betrachten Sie eine Rakete mit der Gesamtmasse m_i , die mit der Geschwindigkeit v_i im schwerelosen Raum fliegt. Die Verbrennungsprodukte werden mit konstanter Geschwindigkeit v_s relativ zur Rakete ausgestoßen. Die Schubkraft F sei während einer Schubphase der Dauer t_s konstant.

- Zeigen Sie, dass eine Schubphase, bei der die Gesamtmasse der Rakete auf m_f abnimmt, zu einer Zunahme der Geschwindigkeit der Rakete auf v_f führt mit $\Delta v = v_f - v_i = v_s \ln(m_i/m_f)$.
- Berechnen Sie eine Formel für v_s .
- Was wäre die Anfangsbeschleunigung a_0 der Rakete (Masse m_i) beim Start von der Erde?
- Berechnen Sie die Zahlenwerte für Δv , v_s und a_0 mit:
 $m_i = 2,8 \cdot 10^6$ kg, $m_i - m_f = 2,1 \cdot 10^6$ kg, $t_s = 150$ s, $F = 3,4 \cdot 10^7$ N.

19 Ausfluss Eimer

Aus einem dünnwandigen Eimer mit dem Durchmesser D fließe Flüssigkeit der Dichte ρ mit einer Geschwindigkeit $v(h) = \sqrt{2\rho gh(t)}$ welche von der aktuellen Füllhöhe $h(t)$ abhängt. Die Öffnung habe den Durchmesser $d \ll D$ und es wird angenommen, dass die Ausflusgeschwindigkeit über die Querschnittfläche konstant ist.



- Wie groß ist der Volumenstrom \dot{V} an Flüssigkeit zum Zeitpunkt t .
- Leiten Sie eine Formel für die Füllhöhe $h(t)$ ab.
- Ist der Eimer zu einer endlichen Zeit leer und wenn ja, wann?
- Überprüfen Sie Ihre Ableitungen an einem realistischen Beispiel: $D = 30$ cm, $d = 1$ cm und eine anfängliche Füllmenge von 10 l.