Theoretische Physik Ia: Rechenmethoden der Mechanik

1

VL WS 2024/25, Dr. habil. Philipp Hövel
philipp.hoevel@uni-saarland.de, E2 6, Raum 4.03

VL*: Mi. 8-10 c.t. (8:30-10:00) E2 5, Hörsaal II / 0.02
Do. 12-14 c.t. (12:15-13:45) E2 5, Hörsaal I / 0.01
} 3h => 45h

UE: Mi. 14-16 E2 6, 1.06
Mi. 16-18 E2 6, 4.18
Do. 8-10 E2 6, 4.18
Fr. 10-12 E2 6, 4.18
} 2h => 30h

5h => 75h

*TUT: Teil eines VL-Slots (optionales Angebot)
+ offene Sprechstunde

Umfang: 7 ECTS (B.Sc. Physik & Quantum Engineering) => 210h : 135h
5+2 ECTS (B.Sc. Biophysik) => 150-210h : 75-135h
5 ECTS (Lehramt Physik) => 150h : 75h

Zeit außerhalb von Veranstaltungen

Note: unbenotet
Übungsaufgaben $\xrightarrow{\geq 50\%}$ Klausur $\xrightarrow{\geq 50\%^*}$ bestanden
12 Blätter
Mi → Mi
Start 23.10

*Biophysik: bestanden ab 40%, ab 50% 2 ECTS dazu
Lehramt: — " —

Stil: austauschorientiert, anregend, inkludierend, ermunternd,
viele Hinweise rechts, links, oben, unten, vorne, hinten gebend

"Bergführer" & "Coach"

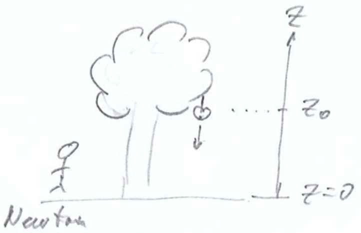
Hilfsmittel: - VL-Skript
- Glossar (individuell)
- Definitionen, Sätze ... formal

1. Eindimensionale Analysis

Übersicht

1.1 Einführung

Bsp.: Bahn eines fallenden Apfels (wichtig: Bilder im Kopf $\leftrightarrow$ Physik Mathematik)

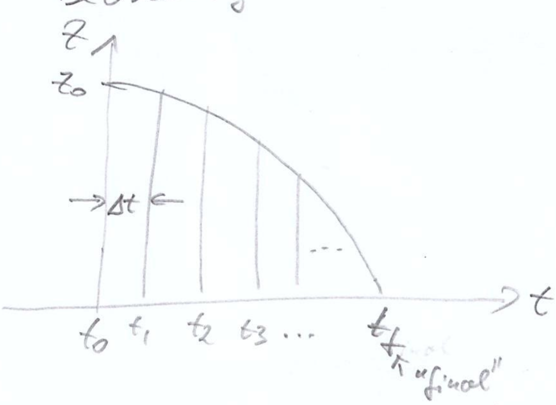


physikalisch relevante Größe:

z: Distanz zum Boden

Start bei Höhe/Distanz z_0 zur Zeit $t=t_0=0$

Beobachtung:



Messung zu diskreten Zeiten: $t_0, t_1, \dots, t_f$

Aufschlag ($z_f=0$) bei $t_f = N\Delta t$

mit Zeitschritt $\Delta t = t_n - t_{n-1}$, $n=1,\dots,N$

Im Limes (Grenzfall) $N \to \infty$ bekommen wir eine Funktion $z: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R} : t \mapsto z(t)$

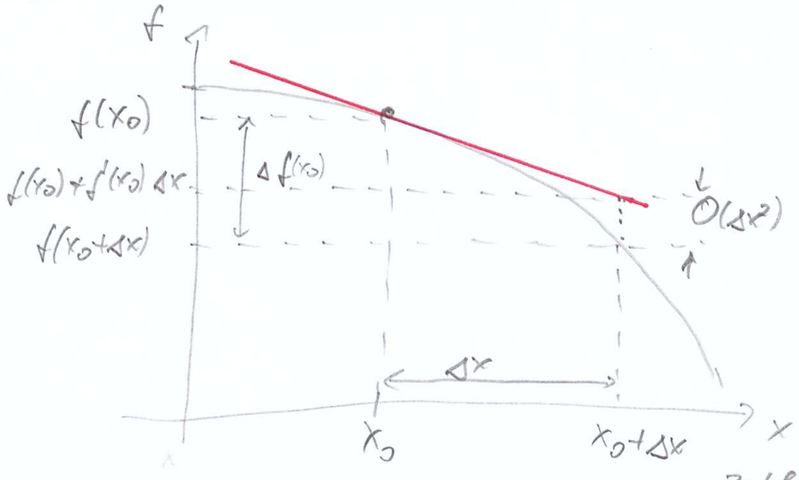
positive reelle Zahlen inkl. Null $t \in [0,\infty)$

Aus der Schule (Newton) wissen wir: $z(t) = z_0 - \frac{1}{2} g t^2$

$\Rightarrow$ der Apfel schlägt bei $z(t_f)=0$ auf: $t_f = \sqrt{\frac{2z_0}{g}}$

Bem.: die Funktion $z(t)$ wurde invertiert. Das geht weil $z(t)$ bijektiv (eineindeutig) ist.

1.2 Lineare Näherung einer Funktion (Ableitung)



Ziel: Näherung von $f(x_0+\Delta x)$ bei bekanntem $f(x_0)$, so dass der Fehler von der **Ordnung** $O(\Delta x^2)$ ist.

Landau-Symbol
„wächst höchstens wie Δx^2"
(asymptotische obere Schranke)

$$\boxed{f(x_0+\Delta x) = f(x_0) + \overbrace{f'(x_0)}^{\text{Zahl!}}\,\Delta x + O(\Delta x^2)}$$

Weiter mit Definition $\Delta f(x_0) \underset{\text{„definiert als"}}{:=} f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$ folgt:

$$\Delta f(x_0) = f'(x_0)\Delta x + O(\Delta x^2)$$ (falls eine solche Funktion $f'(x)$ existiert)

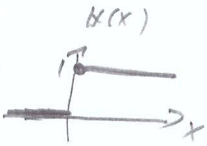
Def.: 1) Die Funktion $f'(x)$ heißt **erste Ableitung** von $f(x)$. Man erhält sie aus dem **Differenzenquotienten**:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad \underbrace{\left(- \lim_{\Delta x \to 0} \frac{O(\Delta x^2)}{\Delta x}\right)}_{=0}$$

2) f heißt **differenzierbar** bei x_0, wenn $f'(x_0)$ existiert.
(beidseitiger Grenzwert!)

1.VL ↑
16.10
↓ 2.VL

Gegenbeispiel: **Heaviside-Stufenfunktion** $H(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



$\Rightarrow$ H ist nicht differenzierbar bei $x_0 = 0$

Notation in der Physik: (i) $f'(x_0) = \frac{d}{dx} f(x)\Big|_{x=x_0} = \frac{df}{dx}(x_0)$

bzw. $f'(x) = \frac{df}{dx}$ ← Ableitungsvariable

(ii) bei Ableitung nach der Zeit t schreibt man häufig: $f(t)$, $\dot{f}(t) = \frac{df}{dt}$

Bsp: $z(t) \Rightarrow \dot{z}(t) = \frac{dz}{dt}$