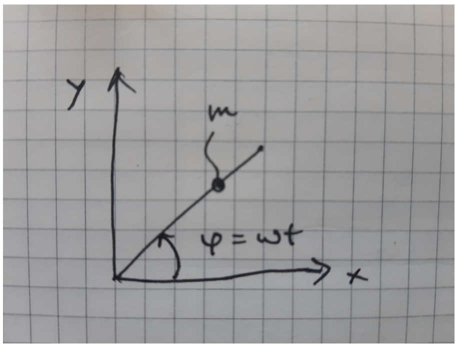
Abgabe bis Dienstag, den 03.06.2025, 14 Uhr über die Moodle-Plattform.

13. [*7 Punkte*] **Massenpunkt auf rotierender Stange**

Ein Massenpunkt der Masse m bewegt sich reibungsfrei auf einer um die feste Achse rotierenden Stange. Die Stange rotiert in der (x, y)-Ebene mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω. Die zugehörige Lagrange-Funktion lautet:

$$L(r, \dot{r}) = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\omega^2)\,,$$

wobei r die Radialkoordinate des Massenpunkts bezeichnet.



$\boxed{2}$ (a) Leite die Lagrange-Funktion L her.

$\boxed{2}$ (b) Stelle die Hamilton-Funktion H auf und gib die Hamiltonschen Gleichungen an.

$\boxed{1}$ (c) Leite daraus die Bewegungsgleichung ab und gib ihre allgemeine Lösung an.

$\boxed{1}$ (d) Gilt $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$? Gilt $H = \text{const.}$?

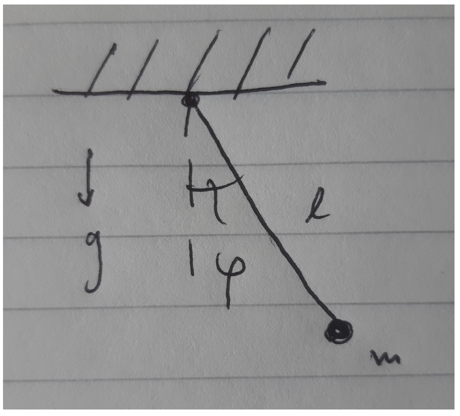
$\boxed{1}$ (e) Ist H gleich der Gesamtenergie des Massenpunkts? Ist die Gesamtenergie E erhalten?

14. [*8 Punkte*] **Ebenes Pendel im Phasenraum**

Ein ebenes Pendel besteht aus einer Masse m am Ende einer masselosen Stange der Länge l. Im Schwerefeld hat das Pendel die potenzielle Energie

$$V(\varphi) = mgl(1 - \cos\varphi)\,,$$

wobei φ den Auslenkwinkel des Pendels bezeichnet.



$\boxed{2}$ (a) Stelle die Hamilton-Funktion H auf.

$\boxed{1}$ (b) Gilt $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$? Ist H gleich der Gesamtenergie E?

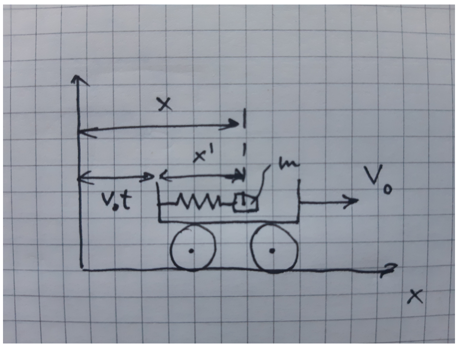
$\boxed{5}$ (c) Skizziere mögliche Bahnkurven für Energien $E \geq 0$ im zweidimensionalen (φ, p_φ)-Phasenraum. Betrachte die folgenden Fälle:

1. $E = 0$
2. $E \ll mgl$
   Hinweis: Hier gilt $\varphi \ll 1$, also $1 - \cos\varphi \approx \frac{\varphi^2}{2}$.
3. $E = 2mgl$
   Hinweis: Benutze: $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$.
4. $E \gg 2mgl$

Ermittel für jeden dieser Fälle eine explizite oder implizite Relation zwischen φ und p_φ.

Info: Adam Wysocki, E2 6, Zi. 4.26, `a.wysocki@lusi.uni-sb.de` oder via Moodle
Marc Thome, E2 6, Zi. 4.23, `thome.marc@lusi.uni-sb.de` oder via Moodle
Joshua Weißenfels, `s9joweis@uni-saarland.de` oder via Moodle
Nic Collingro, `nico00001@uni-saarland.de` oder via Moodle

15. [*5 Punkte*] **Galilei-Transformation einer Hamilton-Funktion**



Betrachten wir ein Masse-Feder-System mit einer Masse m und Federkonstante k, das sich in einem reibungsfreien, masselosen Wagen befindet. Der Wagen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v_0 nach rechts. Diese Bewegung wird durch eine äußere Kraft aufrechterhalten.

$\boxed{2}$ (a) Berechne die Hamilton-Funktion H im ruhenden Koordinatensystem. Ist H eine Erhaltungsgröße? Ist H gleich der Energie? Begründe das Ergebnis physikalisch.

$\boxed{2}$ (b) Führe die Transformation $x = x' + v_0 t$ in das gleichförmig bewegte Koordinatensystem des Wagens durch. Bestimme die neue Hamilton-Funktion H' im Wagen-Koordinatensystem. Welche Unterschiede ergeben sich im Vergleich zur ursprünglichen Funktion H?

$\boxed{1}$ (c) Gib die Bewegungsgleichungen im ruhenden und mitbewegten Koordinatensystem an.

Info: Adam Wysocki, E2 6, Zi. 4.26, `a.wysocki@lusi.uni-sb.de` oder via Moodle
Marc Thome, E2 6, Zi. 4.23, `thome.marc@lusi.uni-sb.de` oder via Moodle
Joshua Weißenfels, `s9joweis@uni-saarland.de` oder via Moodle
Nic Collingro, `nico00001@uni-saarland.de` oder via Moodle