

• Bewegte Ladungen $\Rightarrow$ elektrischer **Strom** $I = \frac{dQ}{dt}$

globale Erhaltungssatz:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V d^3r \rho(\underline{r}, t) = - \oint_{\partial V} d\underline{f} \cdot \underline{I}$$



Vol.: $dV = |v| dt \cos \alpha dA$

$$\text{mit } dI = \rho \frac{dV}{dt} = \rho \frac{|v| dt \cos \alpha dA}{dt} = \rho \underline{v} \cdot d\underline{f}$$

↑
Ladung, die durch $d\underline{f}$ pro Zeiteinheit aus V herausströmt.

$\Rightarrow$ **Elektrischer Strom dichte** $\underline{j}(\underline{r}, t) := \rho(\underline{r}, t) \underline{v}(\underline{r}, t)$

↑
Stroms gerichtetheit

Gesamt

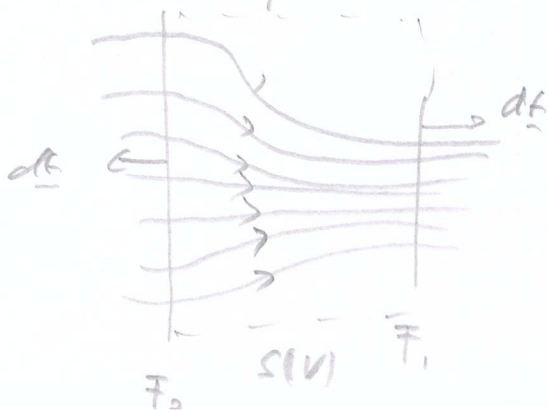
$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \int_V d^3r \rho(\underline{r}, t) = - \oint_{\partial V} d\underline{f} \cdot \underline{j} \stackrel{!}{=} - \int_V d^3r \operatorname{div} \underline{j}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \rho(\underline{r}, t) + \operatorname{div} \underline{j}(\underline{r}, t) = 0 \quad \text{Kontinuitätsgleichung der Ladung}$$

(lokal | Erhaltungssatz)
Bilanzgleichung

! Stationäres ρ : $\frac{\partial}{\partial t} \rho = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \underline{j} = 0$ aber nicht notwendig: $\underline{j} = 0$!

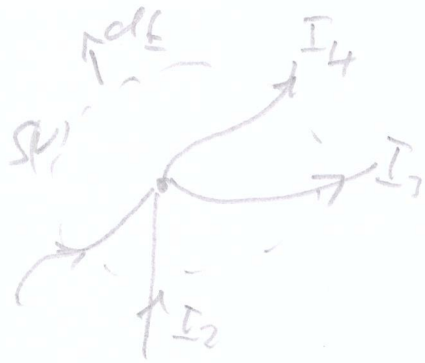
$$I = \int_{\vec{F}} \underline{j} \cdot d\underline{f} \quad \Rightarrow \quad \text{Diagram of a wire with current I and a surface F}$$



$$0 = \int_V d^3r \operatorname{div} \underline{j} = \int_{S(V)} \underline{j} \cdot d\underline{f} = \int_{\vec{F}_1} \underline{j} \cdot d\underline{f} + \int_{\vec{F}_2} \underline{j} \cdot d\underline{f} = I_1 - I_2$$

$$\Rightarrow I_1 = I_2 \quad \text{Strom konserviert!}$$

Kirchhoffsche Knotenregel: $\sum I_{in} = \sum I_{out}$

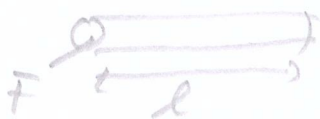


$$0 = \int_V d^3r \operatorname{div} \underline{j} = \int_{\partial V} d\underline{f} \cdot \underline{j} \\ = -I_1 - I_2 + I_3 + I_4$$

Omnisches Gesetz: $U = R \cdot I$ elektrische Widerstand R

lokale Form: $\underline{j}(\underline{r}, t) = \sigma \underline{E}(\underline{r}, t)$ elektrische Leitfähigkeit σ (Materialkenngr.)

Bsp.: räumlich homogen: $\underline{j} = \frac{I}{F}$, $E = \frac{U}{L}$



$$\Rightarrow I = \frac{\sigma F}{L} U \Rightarrow R = \frac{L}{\sigma F}$$

• Energie dissipieren

a) elektrische Arbeit: Verschiebung von Ladung q um $d\underline{s}$ im $\underline{E}$ -Feld:

$$dW = \underline{F} \cdot d\underline{s} = q \underline{E} \cdot d\underline{s} \Rightarrow \text{elektrische Leistung: } \frac{dW}{dt} = q \underline{E} \cdot \underline{v}$$

b) kontinuierlicher Ladungsstrom $\underline{j}(\underline{r})$:

$$\text{elektrische Leistung am Volumenelement: } dP = \underbrace{\underline{E}(\underline{r}) \cdot \underline{j}(\underline{r})}_{\text{Leistungsichte}} d^3r$$

$$\Rightarrow P = \int_V \underline{j}(\underline{r}) \cdot \underline{E}(\underline{r}) d^3r$$

Joulesche Verluste durch ohmschen Widerstand: $\underline{E} \cdot \underline{j} = \nabla \underline{E}^2$

$$\text{Gesamte Verlustleistung: } P = \int_V \underline{j} \cdot \underline{E} d^3r = I U = R I^2$$