

Übersicht: Elektrostatik & Magnetostatik

Elektrostatik

(statische Ladungsverteilung)

$$\operatorname{rot} \underline{E} = \underline{0} \quad (\text{wirbelfrei})$$

$\Downarrow$

$$\underline{E} = -\nabla \phi$$

$\Downarrow$

$$\oint_{\partial T} \underline{E} \cdot d\underline{s} = 0$$

$$\epsilon_0 \operatorname{div} \underline{E} = \rho$$

$$\epsilon_0 \oint_{\partial V} \underline{E} \cdot d\underline{s} = Q \quad (\text{Gauß})$$

$$\Delta \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

$$\phi(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} d\underline{r}' \frac{\rho(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} d\underline{r}' \rho(\underline{r}') \frac{\underline{r} - \underline{r}'}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

Magnetostatik

(stationäre Ströme)

$$\operatorname{div} \underline{B} = 0 \quad (\text{quellenfrei})$$

$\Downarrow$

$$\underline{B} = \nabla \times \underline{A}$$

$\Downarrow$

$$\oint_{\partial V} \underline{B} \cdot d\underline{s} = 0$$

$$\operatorname{rot} \underline{B} = \mu_0 \underline{j}$$

differenzielle Form

$$\oint_{\partial T} \underline{B} \cdot d\underline{s} = \mu_0 I \quad (\text{Ampère})$$

Integralform

$$\Delta \underline{A} = -\mu_0 \underline{j}$$

falls $\operatorname{div} \underline{A} = 0$

Poisson-Gleichung

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbb{R}^3} d\underline{r}' \frac{\underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbb{R}^3} d\underline{r}' \underline{j}(\underline{r}') \times \frac{\underline{r} - \underline{r}'}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

Weihnachtsaufgaben

Der Nikolaus und der Weihnachtsbaum

Der Weihnachtsmann sagt zu Knecht Ruprecht: “Wenn ich die Alter meiner drei Lieblingsrentiere multipliziere, erhalte ich 2450. Addiere ich sie, erhalte ich die Höhe des Weihnachtsbaums vor meiner Hütte in cm. Nun sage mir, wie alt die drei Rentiere sind!” Nachdem Knecht Ruprecht die Höhe des Weihnachtsbaums gemessen hatte, kam er zum Weihnachtsmann: “Deine Aufgabe ist aber nicht eindeutig!” Dieser stimmte zu: “Du hast Recht! Ich hatte ganz vergessen zu sagen, dass das Älteste meiner Rentiere immer noch jünger ist als der Nikolaus.” Damit war die Aufgabe eindeutig. Wie hoch ist nun der Weihnachtsbaum und wie alt ist der Nikolaus?

Schlittschuhlaufturnier des Weihnachtsmannes

Um die fittesten unter seinen 1024 Rentieren zu finden, veranstaltet der Weihnachtsmann ein Schlittschuhlaufturnier im KO-System. Es treten immer zwei Rentiere gegeneinander an und das langsamere Rentier fällt aus dem Turnier. In der ersten Runde gibt es also 512 Rennen. In der 2. Runde treffen alle Gewinner der 1. Runde aufeinander, in der 3. Runde die Gewinner der 2. Runde, usw. Wie viele Schlittschuhlaufrennen müssen durchgeführt werden, bis der Gewinner feststeht?

Wichtig: Es zählen nur Lösungen, für die nichts (!) gerechnet wurde. Entwicklung von Reihen, vollständige Induktionen o.ä. führen leider zu Weihnachtspunktabzug.

Die nicht perfekte Christbaumkugel

Das Christkind schenkt dem Weihnachtsmann einen 12er-Pack Christbaumkugeln. Die Kugeln sehen zwar identisch aus, aber eine der Kugeln ist ein wenig leichter oder schwerer als alle anderen Kugeln. Das Christkind sagt dem Weihnachtsmann: “Ich gebe dir eine Balkenwaage. Wenn du mit drei mal wiegen herausfindest, welche der Kugeln von den anderen abweicht *und* ob sie leichter oder schwerer ist, dann schenke ich dir auch noch einen Strohstern.” Wie bekommt der Weihnachtsmann mit Sicherheit den Strohstern?