Übungen zur Vorlesung
Theoretische Physik I+II für Lehramt

Universität des Saarlandes
Dr. habil. Philipp Hövel, Max Lauer

WS 2025/26 **Blatt 2** **28.10.2025**

Abgabe bis Freitag, den 07.11.2025 Uhr über die Moodle-Plattform.

Aufgabe 4 *Zylinder- und Kugelkoordinaten*

a) Es gelten folgenden Umrechnungsregeln zwischen Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z) und kartesische Koordinaten (x, y, z) :

$$\begin{aligned} x &= \rho\cos(\varphi) \\ y &= \rho\sin(\varphi). \end{aligned}$$

Bestimmen die (normierte) Basis $(\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ der Zylinderkoordinaten, das Wegelement, die Jacobi-Determinante und das Volumenelement. Überzeuge dich, dass es sich um eine rechtshändige Orthonormalbasis handelt.

b) Eine Bahnkurve sei gegeben durch $\mathbf{r}(t) = \rho(t)\mathbf{e}_\rho(t) + z(t)\mathbf{e}_z$. Gib die Ausdrücke für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung in Zylinderkoordinaten an.

c) Wiederhole die Rechnungen aus a) und b) für Kugelkoordinaten (r, θ, φ), für die folgende Umrechnungsregeln gelten:

$$\begin{aligned} x &= r\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ y &= r\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ z &= r\cos(\theta). \end{aligned}$$

Aufgabe 5 *Atwoodsche Fallmaschine*

Zwei Massen m_1, m_2 hängen an einem nicht dehnbaren Faden der Länge l über einer festen Rolle im Schwerefeld der Erde senkrecht nach unten. Die Rolle und der Faden werden als masse- und reibungslos betrachtet.

a) Skizziere das System und trage alle relevanten Größen und Variablen ein.

b) Analysiere das System mit Hilfe der Newtonschen Mechanik:

1. Benenne alle Kräfte, die auf die beiden Massen wirken.
2. Leite eine Bewegungsgleichung für z_1 her.

c) Analysiere das System mit Hilfe der Lagrange-Gleichungen zweiter Art:

1. Schreibe die Lagrange-Funktion $L(z_1, z_2, \dot{z}_1, \dot{z}_2) = T - V$ für das System ohne Berücksichtigung der Zwangsbedingung auf.
2. Wähle eine geeignete generalisierte Koordinate q aus, die die Zwangsbedingung berücksichtigt, und drücke $L(q, \dot{q})$ in dieser Koordinate aus.
3. Stelle die Lagrange-Gleichung 2. Art auf.

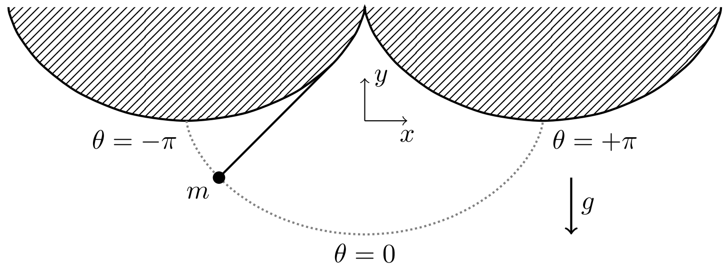
d) Löse die Bewegungsgleichung.

e) Nimm an, dass für $t = 0$ beide Massen in 12m Höhe als Ruhelage $(v(0) = 0)$ hängen. Berechne – für die Parameter, $g = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $m_1 = 12$ kg und $m_2 = 48$ kg die Zeit t, bis zum Auftreffen der schwereren Massen auf dem Boden.

f) Berechne die Geschwindigkeit v der Masse m_2 beim Auftreffen auf den Boden.

Aufgabe 6 *Zykloidenpendel*

Betrachte eine Masse m, deren Bewegung im homogenen Erdschwerefeld g auf eine Zykloide eingeschränkt ist.



Der Ortsvektor der Masse ist parametrisiert durch $-\pi \leq \theta \leq \pi$ als $\mathbf{r} = R \left(\begin{smallmatrix} \theta + \sin\theta \\ -1 - \cos\theta \end{smallmatrix} \right)$ gegeben, wobei $0 < R =$ const. ist.

a) Stell die Lagrange-Funktion des Systems auf. Wähle dabei θ als generalisierte Variable q.

b) Leite folgende Bewgungsgleichung für die Masse m her:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} \sin\frac{q}{2} + \frac{g}{4R} \sin\frac{q}{2} = 0.$$

Hinweis: Die Halbwinkelidentitäten $2\cos^2\frac{q}{2} = (1 + \cos q)$ *und* $\sin q = 2\sin\frac{q}{2}\cos\frac{q}{2}$ *können hilfreich sein.*

c) Wie lautet eine geeignete Variablentransformation, um die Bewegungsgleichung in die eines harmonischen Oszillators zu überführen? Wie lautet die entsprechende Periode?

d) Gib die Lösung $q(t)$ an.
Hinweis: Verwende dein Wissen über die Lösung des harmonischen Oszillators.